The Antiphysical Review

Founded and Edited by M. Apostol **219** (2019)

ISSN 1453-4436

Cum ar fi explicat Feynman spinul particulelor

M. Apostol
Department of Theoretical Physics, Institute of Atomic Physics,
Magurele-Bucharest Mg-6, POBox Mg-35, Romania
email: apoma@theory.nipne.ro

Spinul este ceea ce in fizica se cheama moment unghiular, sau moment cinetic; spinul este un moment cinetic. Ca urmare, ar trebui sa stim mai intii ce este momentul cinetic. Pentru a afla asta, e nevoie sa aflam ce este o alta marime din fizica, numita actiune mecanica. Dupa cum vedeti, fizica nu este foarte usoara, ne poarta de la o notiune la alta; dar, desigur, nici foarte grea, din moment ce poate fi explicata. Trebuie numai sa fim atenti si sa avem un pic de rabdare.

Momentul unghiular este o masura a rotatiei unui punct material pe un cerc in jurul unui centru. Daca avem la indemina o undita lunga o putem roti usor. Adica, pentru a o roti ne trebuie putina energie, dar un timp indelungat. Daca am avea mai multa energie, am putea-o roti mai repede. Daca vrem sa punem in miscare de rotatie o sfirleaza mica, atunci e mai greu. Ne trebuie mai multa energie, o simtim in degetele noastre; dar reusim intr-un timp scurt. Daca avem mai putina energie, atunci e nevoie de un timp mai lung. Se pare, insa, ca rotatia la sfirleaza e la fel ca rotatia la undita, desi aceste doua lucruri sint foarte diferite intre ele. De aici se desprinde un lucru foarte important. Si pentru undita si pentru sfirleaza, produsul dintre energie si timp pare a fi o constanta. Fiind el, acest produs, o constanta ce caracterizeaza miscari, rotatii, atit de variate, precum cele de la undita lunga la sfirleaza mica, el a capatat utilitate si insemnatate in fizica si, ca urmare, a capatat si un nume: se numeste actiune mecanica. Ei bine, momentul cinetic este o actiune mecanica, ce caracterizeaza rotatia, iar spinul este un moment cinetic.

Acum sa presupunem ca noi consumam energia noastra disponibila si timpul nostru disponibil pentru a roti o particula. Adica, avem o actiune mecanica pe care o consumam ca sa rotim o particula. Dar noi stim ca transferul de actiune mecanica, in cazul nostru de la noi la particula, se face in portiuni mici, dar finite, numite cuante de actiune si notate cu $\hbar$; acest $\hbar$ se numeste constanta lui Planck. Acest lucru ne invata Mecanica Cuantica. Daca transferam o cantitate mare de actiune, $\hbar$-ul acesta mic nu prea mai conteaza, pentru ca e mic in raport cu actiunea pe care o transferam. Asa incit daca e sa numaram citi $\hbar$ am transferat particulei, vom afla un numar mare, si e foarte probabil sa ne fi scapat citiva $\hbar$. Desigur, putem gresi si in plus, dar asta ar insemna ca particula ne-a dat noua actiune mecanica; or noi dorim acum sa vorbim strict de actiunea pe care noi o dam particulei. Asadar, nu este exclus ca un numar mic de $\hbar$ sa-i fi dat particulei, pentru uzul ei propriu, nu pentru ca s-o punem in miscare. Asadar, e foarte posibil ca particuele sa aiba un mic moment cinetic. Acest moment cinetic mic, facut din citiva $\hbar$ de actiune mecanica, este spinul particulelor. Sa observam ca spinul este un numar mic de constante ale lui Planck, finit, determinat, pentru fiecare particula, sau tip de particule.

Acum sa privim lucrurile mai indeaproape. Cea mai mica portiune de actiune mecanica pe care o particula poate sa o aiba este $\hbar$. Particula foloseste acest spin ca sa aiba o rotatie proprie, personala, eterna. Daca ma intereseaza numai aceasta rotatie, atunci eu mai pot sa-i dau particulei inca un $\hbar$, si inca unul, si tot asa; pina la un numar oarecare intreg $s = 1, 2, 3..$, astfel incit particula poate avea un spin intreg, $s\hbar$; sau simplu, s. Dar eu pot sa privesc rotatia in doua feluri, de sus sau de jos. Atunci $\hbar$-ul pe care il l-am dat particulei trebuie impartit la doi, pentru ca cele doua priviri ale mele sint identice altfel, din toate punctele de vedere. Asadar, particula va avea spinul $\hbar/2$, si vom spune ca are doua stari, una cu momentul cinetic $\hbar/2$, alta cu $-\hbar/2$. Si diferenta dintre momentele celor doua stari va fi $\hbar$, asa cum este necesar in transferul de actiune, cind o stare trece in alta stare. Si desigur, in fiecare directie eu ii mai pot da cite un $\hbar$, asa incit vom putea avea particule cu spinul $\hbar/2 + h = 3\hbar/2$ (sau, simplu, 3/2) cu starile $\pm 3\hbar/2$, $\pm\hbar/2$; sau vom avea particule cu spinul $s = 5/2$, etc, adica particule cu un spin semi-intreg.

Particulele cu spin intreg se numesc bosoni, dupa numele fizicianului indian Bose, care a aratat ca ele au preprietati interesante. Particulele cu spin semi-intreg se numesc fermioni, dupa numele fizicianului italian Fermi, care, iar asa, a pus in evidenta proprietatile lor foarte interesante.

Ce fel de proprietati interesante au bosonii si fermionii?

Noi am invatat la Mecanica Cuantica ca putem sa descriem miscarea intr-un mod consistent cu ajutorul unei functii de unda ψ. Daca miscarea este libera, atunci aceasta functie de unda are forma $\psi = e^{\frac{i}{\hbar}S}$, unde S este actiunea mecanica. Aici, trebuie sa ne aducem aminte ce am invatat la Mecanica Cuantica. Sa mergem mai departe. Am spus ca spinul este o actiune mecanica, de forma $S = s\hbar$, unde s poate fi intreg sau semi-intreg. Mai exact, fiecare stare are o actiune mecanica, data de un numar σ, de fornma $\sigma = -s, -s + 1, ...s - 1, s$, si mai are o coordonata de miscare, care este unghiul de rotatie φ. Asa incit, functia de unda este, de fapt, $\psi = e^{i\sigma\varphi}$. Aceasta este forma generala a functiei de unda pentru orice miscare libera, caracterizata de coordonate si stari cuantice. Mai mult, e suficient sa restringem variatia coordonatei φ la 2π, pentru ca exponentiala imaginara este o functie circulara. Daca φ se schimba cu 2π, miscarea noastra nu se schimba, este si ramine aceeasi. Acum este simplu de vazut ca daca spinul s este intreg, si σ este intreg si, la schimbarea lui φ cu 2π, functia de unda devine $\psi' = e^{i\sigma(\varphi+2\pi)} = e^{i\sigma\varphi} = \psi$, adica functia de unda nu se schimba. E bine sa spunem acum ca functia de unda capata factorul $+1$. Pentru ca daca spinul este semi-intreg, atunci si σ este semi-intreg si, la rotatia cu 2π, functia de unda capata semnul $e^{i\pi} = -1$.

Aceasta observatie simpla are consecinte importanta. Sa presupunem ca avem doua particule identice, in aceeasi stare de spin. Mecanica Cuantica ne invata ca functia de unda este compusa din produse de forma $e^{i\sigma\varphi_1}e^{i\sigma\varphi_2}$, un factor pentru particula 1, celalalt factor pentru particula 2. Acum sa permutam cele doua particule, particula 1 sa treaca in locul particulei 2 si particula 2 sa treaca in locul particulei 1. Pentru ca nimic sa nu se schimbe, fiecare particula trbuie in fapt rotita cu unghiul π. Asadar, functia lor de unda se va schimba cu factorul $e^{i2\sigma\pi}$. Acum, daca spinul particulelor este intreg, σ este intreg (chiar un intreg par) si functai de unda a celor doua particule capata factorul $+1$. Dar daca spinul particulelor este semi-intreg, atunci σ este semi-intreg, 2σ este un intreg impar si functia de unda a particulelor se va schimba cu factorul -1! Spunem ca functia de unda a doua particule identice cu spin intreg, adica functia de unda doi bosoni, este simetrica la permutarea particulelor, dar functia de unda a doua particule identice cu spin semi-intreg, adica functia de unda a doi fermioni, este antisimetrica la permutarea celor doua particule. Sa observam ca aceasta concluzie se aplica la permutarea oricaror doua particule dintr-un ansamblu de particule identice, si ca aceasta proprietate implica permutarea tuturor coordonatelor ce caracterizeaza starea particulelor, de exemplu pozitia, coordonata de spin, etc; desi, in demonstratia de mai sus am presupus aceeasi stare de spin pentru cele doua particule.

Dar sa presupunem ca avem doua particule identice, 1 si 2, cu functia de unda $\psi(1, 2)$. La permutarea lor functia de unda capata un factor de faza $e^{i\alpha}$. Mecanica Cuantica ne spune ca un astfel de factor de faza nu modifica proprietatile miscarii. Cu alte cuvinte, $\psi' = e^{i\alpha}\psi$. Dar la inca o permutare, functia de unda ar trebui sa fie identica cu ea insasi, adica $e^{2i\alpha} = 1$, de unde $e^{i\alpha} = \pm 1$. Am vazut mai sus ca trebuie sa atribuim bosonilor factorul $+1$ si fermionilor factorul -1 (daca au aceeasi stare de spin); aceasta proprietate trebuie insa sa se pastreze si pentru stari de spin diferite, intrucit simetria functiei de unda la permutari nu trebuie sa depinda de stari. Functia de unda a bosonilor este total simetrica la permutari, adica simetrica la permutarile oricarei perechi de particule, iar functia de unda a fermionilor este total antisimetrica la permutari. Aceasta proprietate fundamentala genereaza comportari termodinamice total diferite.

Sa presupunem ca avem doua particule 1 si 2 si doua stari α si β. Daca cele doua particule sint bosoni functia lor de unda (simetrica) este evident

$$\psi(1,2) = \psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) + \psi_\alpha(2)\psi_\beta(1)$$

(pina la un factor de normare); se vede usor ca $\psi(1,2) = \psi(2,1)$, adica functia lor de unda este simetrica la permutarea celor doua particule. Daca cele doua particule sint fermioni, functia lor de unda este

$$\psi(1,2) = \psi_\alpha(1)\psi_\beta(2) - \psi_\alpha(2)\psi_\beta(1) \; ;$$

se vede ca $\psi(1,2) = -\psi(2,1)$, adica functia lor de unda este antisimetrica. Daca am incerca sa punem cele doua particule pe aceeasi stare, adica daca facem in ecuatia de mai sus $\alpha = \beta$, obtinem functia zero: doi fermioni identici nu pot sta pe aceeasi stare. Acesta este marele principiu de excluziune al lui Pauli. El este mare pentru ca electronii sint fermioni si nu cad pe aceeasi stare in atomi, asa incit materia noastra are extindere spatiala.