

---

# The Antiphysical Review

---

Founded and Edited by M. Apostol

**242** (2023)

ISSN 1453-4436

## Doua mari probleme. II. The turbulent millenium problem

M. Apostol

Department of Theoretical Physics, Institute of Atomic Physics,  
Magurele-Bucharest MG-6, POBox MG-35, Romania

email: apoma@theory.nipne.ro

Sau the millenium turbulent problem.

Pe la 1757 Euler a bagat de seama ca fluidele sint continue; si curgerea lor este continua. Ca urmare a renuntat sa urmareasca pozitia unei particule de fluid in timp, cum facea Lagrange, si a hotarit ca pozitia este o variabila; iar pentru miscarea particulelor de fluid este suficient sa stim viteza ca functie de timp si pozitie. Asa s-a nascut fizica mediilor continue si ecuatia lui Euler. Oricit ar parea o aplicatie a fizicii lui Newton, teoria fluidelor este hotarit distincta, prin contiguitatea particulelor de fluid.

Imaginea asta euleriana pentru fluide nu e chiar simpla. Pentru ca in cimp gravitational apar unde de fluid, ca si in sunet, cind se misca si particula si unda; si pozitia particulei este functie necunoscuta. Dar se poate atasa la pozitia de echilibru, ca "pozitie de pozitie", si atunci conceptia lui Euler e salvata. Oricum, pe atunci oamenii nu-si puneau problema sunetului, a undelor; ba mai mult, fluidele erau privite ca incompresibile si fara frecare, adica ideale; presiunea fiind numai presiunea creata de fortele externe. Mai mult, ecuatiile lui Euler sunt un termen neliniar, provenit din inertia particulelor de fluid, care e destul de deranjant. Dar curgerea fluidelor se facea atunci la viteze mici, cu variatii spatiale mici, si atunci acest termen era lasat la o parte. Viata era mult mai simpla pe acele vremuri.

Dar teoria, ca orice teorie, are surprese. Care n-au zabolit sa iasa la iveala. Un fluid ideal in miscare uniforma nu intimpina rezistenta, conform teoriei lui Euler; desigur, pentru ca nu are frecare. Ceea ce e contrar observatiilor experimentale. Asta se cheama paradoxul lui d'Alembert. Mai mult, Helmholtz a aratat ca ecuatiile lui Euler sunt solutii ce se rotesc, si aceste rotiri sunt permanente. Aceste vortexuri ar fi cicloanele atmosferice, de exemplu. Dar un fluid ideal nu poate fi pus in miscare de rotatie, evident pentru ca nu are frecare; ca urmare virtejurile pe care le vedem in atmosfera n-ar putea exista, dupa Euler. Ceva era putred in aceasta Danemarca. Mai mult, chiar daca frecarea exista si are efecte, ea poate sa nu apara explicit in solutii.

Evident, trebuia introdusa frecarea. Ceea ce s-a facut de catre Navier si Stokes, pe la 1840 (dupa aproape o sută de ani!). Ecuatiile lui Euler au devenit ecuatiile Navier-Stokes. Dar frecarea neste caldura, caldura modifica presiunea, presiunea modifica densitatea, masa trebuie sa se conserve. Asa ca ne-am mai pricopsit cu inca două ecuații, una de continuitate, adică de conservarea masei, alta de generare și transfer de caldura. Aceste ecuații sunt neliniare, dar, oricum, bine că avem tot atâtea ecuații cîte necunoscute; problema pare determinată.

Ecuatiile Navier-Stokes au fost rezolvate exact in cîteva cazuri, si satisfacator aproximativ in, practic, toate cazurile de interes. S-a vazut ca variatii spatiale ale vitezei trebuie sa fie mai mici decit viteza sunetului, altfel avem unde de soc, si "sunet supersonic". Dar a aparut o curiozitate. Mai intii, variatii mari ale parametrilor externi, cum ar fi temperatura, provoaca instabilitati ale

solutiilor, cum e convectia. Dar, mai ales, in practica, ori de cate ori viteza de curgere variază abrupt in contact cu solidele, curgerea devine eratica. Intr-adevar, termenul de frecare din ecuația Navier-Stokes produce variatii mari ale vitezei pe distante scurte, daca viscozitatea e mica; in acest caz temenul neliniar din ecuația Navier-Stokes nu mai poate fi neglijat. Miscarea astfel produsa este foarte neregulata, dezordonata, cu discontinuitati, cu instabilitati, cu intermitente si fluctuatii; virtejuri mici, instabile, care apar si dispar continuu. Solutiile ecuației Navier-Stokes, chiar si cele exacte, devin, sau ar trebui sa devina, instabile in acest caz. Aceasta este fenomenul de turbulentă.

De atunci lumea fluidistilor s-a impartit in doua. Pe de o parte matematicienii si-au pus intrebarea daca ecuația Navier-Stokes este capabila sa descrie turbulentă. Adica, are ea numai solutii line, ceea ce ar fi in contra observatiilor experimentale, sau nu? Daca turbulentă are alta cauza, cum ar fi frecarea dintre fluid si un solid mic, aceasta cauza nu intra in ecuația Navier-Stokes, care, altfel, ar putea avea numai solutii line. Aceasta este o problema de matematica, pe capul careia s-a pus si un premiu, numit premiu mileniului. Premiu mileniului turbulent, sau premiu problemei turbulentei a mileniului. Pe de alta parte, fizicienii si-au dat si isi dau in continuu cu parerea cam cum ar fi treaba cu turbulentă, dupa cum li se arata intuitielor; care, de altfel, e sloboda, salbatica si fara nici un friu. Desigur au aparut si curcuituri, imperecheri nepotrivite intre matematicieni si fizicieni. Oameni care modifica aiurea ecuațiile, dupa cum le suna. Si muzica dominanta a fost si este ca treaba ar fi statistica, nu mecanica. Ceea ce ar inseamna ca in turbulentă apar distributii de miscari mai scurte si mai rapide, si distributii de miscari mai largi si mai lente. Si ca astea din urma ar da energie celor dintii, care ar disipa energia in caldura; sau viceversa. Si tot asa, cu o fantezie pe cit de debordanta pe atit de dezgustatoare. Cu astfel de teorii s-au facut oameni mari, precum Heisenberg, Kolmogorov, Obukhov, Chandrasekhar, etc, etc.

Se zice ca atit i-a durat treaba, ca odata ajunsi in rai astia l-ar intreba pe Dumnezeu doua lucruri: De ce, Doamne, Relativitatea si de ce, Doamne, Turbulenta? Si ei spera ca Dumnezeu sa aiba un raspuns la prima intrebare. Cum ar veni, nu la a doua. Se pune aceasta curiozitate finala pe seama lui Lamb, a lui Sommerfeld, a lui Heisenberg, in fine, toata lumea buna. Sa vedem asadar cita poezie in stiinta asta!, nu-i asa? Cit romanticism, cita vibratie, ce ardoare, ce mai foc! Problema nu-i lasa sa moara.

Pentru matematicienii avintati, as zice avinati, o buna invatatura a dat Kolmogorov, probabil fara sa vrea, in vreun rar moment de sinceritate. Kolmogorov ar fi spus ca intre trivial si imposibil e strint locul; ei bine, numai si taman acolo isi gasesc matematicienii salashul, ca gindacii de bucatarie. Intr-adevar, daca turbulentă provine din alte cauze decit ecuația Navier-Stokes, nu mai e treaba noastră; problema devine triviala. Ramine sa rezolvam lin ecuația imposibila Navier-Stokes.

Pentru fizicienii dezlantzuitzi, orice problema e importanta, cit ar fi ea de prosteasca. Locul dintre trivial si imposibil e larg, acolo noi haladuim. Remarca lui Kolmogorov nu i-a atins nici pe matematicienii ce cauta locuri inguste, nici pe fizicienii care stiu numai de nesfirsitele intinderi.

Ramine sa vedem ce ar fi normal de spus.

Oamenii cred ca daca ai o ecuate, n-ai decit s-o rezolvi, si atunci gata descoperirea. Oamenii cred ca n-ai decit sa ai o problema, fiindca atunci, gata, o rezolvi, si aia e: ai solutia. Aceste credinte sunt false, ele nu functioneaza. Trebuie sa stim ca noi suntem capabili sa formulam o problema numai dupa ce am rezolvat-o, dupa ce ii stim, i-am vazut, solutia. Asadar, revenind la turbulentă, mai intii ar fi cazul sa vedem ce vedem, cum ne-o reprezentam, cum e ceea ce ni se pare ca vedem? Cu o privire limpede vedem ca turbulentă e facuta din multe si mici virtejuri, care se apropiie unele de altele, se departeaza, dispar si reapar, tot timpul fluctuind. Ca urmare sa facem multe si mici virtejuri. Deocamdata statice, si sa le punem in diverse puncte, haotic

raspindite in spatiu. Cum facem asta? Ei, asta e meseria. Trebuie sa stii sa scrii matematic ceea ce vezi. Sa zicem asadar ca am facut virtejurile. Ele sunt mici si rapide rotiri de fluid, in jurul unei unui punct, unde viteza fluidului este "singulara", e "infinita"; acolo e "ochiul bulboanei". Sa cercetam daca aceste vortexuri satisfac ecuatia Navier-Stokes; evident, nu o satisfac. Dar! Mai intii vedem ca aceste vortexuri interactioneaza intre ele cu forte, care le atrag, le resping, asa incit acest lichid vortical este instabil. Asta e bine, asa e turbulentă. Aceste forte fac sa dispara vortexurile, sa se dizolve unul in altul, si apoi, daca vrem ca turbulentă sa existe in continuare, trebuie sa admitem ca ele, vortexurile, reapar; in alte puncte, cu alte magnitudini. Fluctuatiile astea nu ne intereseaza. Sa mediem vortexurile pe ele. Apoi sa mai admitem ca vortexurile sunt distribuite omogen si izotrop, ca la turbulentă. Atunci obtinem viteza zero, termenul nemijorat zero, si ecuatia Navier-Stokes este satisfacuta. Dar este satisfacuta trivial, fiindca in ea totul e zero. Trivial si nu prea, intrucat raman singularitatile, unde viteza este practic infinita. Sintem acum in posesia unui gaz de vortexuri singulare, care este el insusi un fluid; sau o solutie de vortexuri dizolvate in fluidul de baza, care se poate ca un fluid. Pentru acest gaz se poate formula ecuatia Navier-Stokes. Ei bine, pentru acest gaz, ecuatia Navier-Stokes devine ecuatia lui Newton, cu o frecare mica, neglijabila. Care ecuatie este satisfacuta de acest fluid gazos. Gazul de vortexuri singulare poate fi privit ca un gaz clasic ideal, foarte aproape de echilibrul termodinamic. Cu asta, problema este rezolvata. Turbulenta este un gaz de vortexuri singulare, care satisface ecuatia Navier-Stokes in forma ei redusa de ecuatie Newton. De la imposibil am ajuns la trivial, si de la trivial am ajuns la o problema cu solutie si sens.

Ecuatia Navier-Stokes este rezolvata exact in multe cazuri, practic cam in toate de interes. Nu exista o metoda generala de rezolvare a ei, dar la care ecuatie exista? Solutia depinde de imprejurari. Problema e ca aceste solutii sunt instabile, explodeaza, la perturbatii mici, e-adevarat, de un anume tip, cele care dau variatii mari ale vitezei pe distante scurte. Acest lucru nu este prea riguros demonstrat, dar e foarte probabil, exista serioase argumente pentru, si se vede in practica. Dac il luam de bun, problema mileniului ar fi rezolvata, in sens negativ desigur. Nenorocirea este ca in aceste conditii fluidul continua sa se miste, el devine turubulent, asa incit apare din nou problema mileniului. Reprezentarea turbulentei descrisa mai sus rezolva definitiv problema: problema trece in alta problema, care are solutie pozitiva.