

RAPORT ȘTIINȚIFIC ANUAL

Investigarea nucleelor aflate pe linia de stabilitate protonică

PN-IV-P1-PCE-2023-0273

<https://web.theory.nipne.ro/index.php/ddelion-pce-2025>

Raport anual 2025

**Metode de descriere a structurii nucleelor
aflate pe linia de stabilitate protonică**

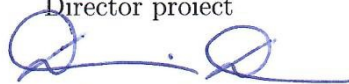
A. Descrierea științifică/rezultate/realizare obiective

1. Metoda Deformed Cluster-Hartree-Fock-Bogoliubov (dCHFB)
2. Metoda Multi-Step-Shell-Model (MSM) de descrierea a nucleelor deasupra nucleului dublu magic ^{100}Sn
3. Metoda Matricii R și pn-dQRPA pentru descrierea emisiei beta-întârziată de protoni, doi protoni și particule alfa
4. Descrierea semiclastică a dinamicii nucleare pentru nucleele triaxiale

B. Sumar de progres/livrabile realizate/diseminare rezultate

C. Sumar executiv al lucrărilor realizate

Director proiect



Dr. Doru S. Delion

1. Metoda Deformed Cluster-Hartree-Fock-Bogoliubov (dCHFB)

I. Introducere

Calculul selfconsistent al câmpului nuclear mediu utilizând o interacție bi-particulă în cadrul metodei Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) este un subiect central al fizicii nucleare. În raport vom generaliza metoda folosind pe lângă interacția bi-particulă uzuală un termen centrat pe raza nucleară deformată, care simulează generarea clusterilor α în zona de densitate nucleară mică. Aceasta este extinderea metodei CHFB [1] aplicată la nuclee sferice la cazul nucleelor deformate. Am derivat sistemul de ecuații cuplate iar pentru rezolvarea numerică iterativă am completat codul existent de diagonalizare standard a câmpului nuclear mediu de tip Woods-Saxon (WS).

II. Calculul câmpului mediu

Ecuațiile Hartree-Fock pentru un nucleu cu simetrie axială scrise în sistemul de referință intrinsec sunt

$$-\frac{\hbar^2}{2m_N}\nabla^2\Phi_m(\mathbf{x}) + U(\mathbf{x})\Phi_m(\mathbf{x}) + W(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \epsilon_m\Phi_m(\mathbf{x}) \quad (1)$$

cu funcția de undă Nilsson dezvoltată în unde sferice parțiale depinzând de armonicile spin-orbită

$$\Phi_m(\mathbf{x}) = \sum_{\ell j} \frac{g_{\ell jm}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jm}^{(\ell \frac{1}{2})}(\Omega, \chi) \quad (2)$$

unde $m \leq j$ este proiecția intrinsecă a funcției de undă Nilsson. $\mathbf{x}$ reprezintă gradele de libertate spațiale și de spin, în vreme ce Ω este unghiul solid iar χ un spinor. $U(\mathbf{x})$ și $W(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ sunt termenii direct și de schimb. Teoria se va concentra într-o primă fază pe studiul termenului direct. Termenul direct și cel de schimb au definițiile

$$\begin{aligned} U(\mathbf{x}) &= \int_{\mathcal{D}'} d^3\mathbf{r}' v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{x}') \\ W(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= - \int_{\mathcal{D}'} d^3\mathbf{r}' v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \Phi_m(\mathbf{x}') \end{aligned} \quad (3)$$

funcție de densitățile

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}') &= \sum_m v_m^2 \Phi_m^\dagger(\mathbf{x}') \Phi_m(\mathbf{x}') \\ \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= \sum_m v_m^2 \Phi_m^\dagger(\mathbf{x}') \Phi_m(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4)$$

unde v_m^2 sunt probabilitățile de ocupare Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) uzuale. Interacția bi-particulă este definită ca o forță Wigner

$$v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = -\bar{v}_0 e^{-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{b^2}} \left[1 + x_\tau e^{-\frac{(R-R_0)^2}{B^2}} \right] \quad (5)$$

$\bar{v}_0$ este constanta interacției iar x_τ este tăria interacției care simulează termenul de formare a particulei α pe suprafața nucleară

$$R_0 = \bar{R}_0 \left(1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\Omega) \right) \quad (6)$$

În calcule numerice constantei îi este aplicată o corecție dependentă de densitate pentru stabilizarea integralelor care sunt evaluate. Pentru factorul de formă radial de monopol, această corecție este dată de $\frac{\rho_0^{(0)}(r')}{\langle \rho_0(r') \rangle}$, raportul densității originale într-un punct la densitatea medie din jurul aceluși punct calculată în iterația respectivă. b și B sunt lungimile efective ale componentelor relative (rel) și de com ale interacției.

Calculul potențialelor necesită dezvoltarea interacției biparticulă în multipoli

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum_{LM} \frac{4\pi}{\hat{L}^2} v_L(r_1, r_2) Y_{LM}(\Omega_1) Y_{LM}^*(\Omega_2), \quad \hat{L} = \sqrt{2L+1} \\ v_L(r_1, r_2) &= -\bar{v}_0 v_L^{(\text{rel})}(r_1, r_2) \left[1 + x_\tau v_L^{(\text{com})}(r_1, r_2) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Densitatea se evaluează cu tehnici standard din algebra momentului cinetic aplicate la dezvoltarea multipolară

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_L \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{L}} \rho_L(r) Y_{L0}(\theta) \quad (8)$$

conducând la

$$\rho_L(r) = \frac{\hat{L}^2}{4\pi} \sum_m v_m^2 \sum_{\ell j \ell' j'} \frac{1}{r^2} g_{\ell j m}(r) g_{\ell' j' m}(r) i^{\ell-\ell'} C_{\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}}^{j L j' L} C_{m 0 m}^{j' L j} \quad (9)$$

Dezvoltarea termenului direct este

$$U(\mathbf{r}) = \sum_L \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{L}} U_L(r) Y_{L0}(\theta) \quad (10)$$

cu factorii de formă radiali

$$U_L(r) = \frac{4\pi}{\hat{L}^2} \int_0^\infty dr' r'^2 v_L(r, r') \rho_L(r') \quad (11)$$

Integrând ecuațiile HF peste $\int_{(4\pi)} d\Omega \left[\mathcal{Y}_{jm}^{(\ell \frac{1}{2})}(\Omega, \chi) \right]^\dagger$, cu neglijarea momentană a termenului de schimb, rezultă setul de ecuații radiale

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2m_N} \left[g_{\ell j m}''(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} g_{\ell j m}(r) \right] + \\ & + \sum_L \frac{\sqrt{4\pi}}{\hat{L}} U_L(r) \sum_{\ell' j'} g_{\ell' j' m}(r) \frac{1}{j} \langle j || Y_L || j' \rangle C_{m 0 m}^{j' L j} = \epsilon_m g_{\ell j m}(r) \end{aligned} \quad (12)$$

implicând elementul de matrice redus $\langle j || Y_L || j' \rangle$ obținut în baza teoremei Wigner–Eckart.

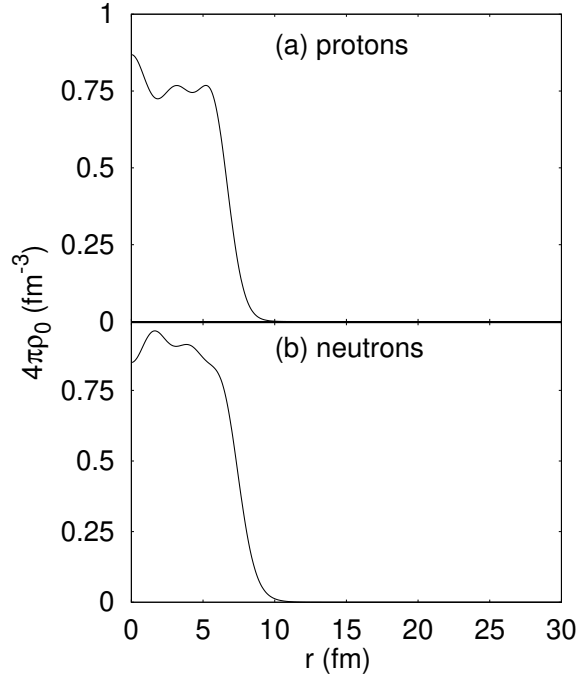


FIG. 1: Factorul de formă radial al densității (9) pentru $L = 0$ în nucleul ^{220}Ra . Factorul de normare 4π este necesar pentru reproducerea numărului total de particule.

III. Elaborarea codului de calcul

A fost elaborat un program complex de calcul ce permite următoarele:

- diagonalizarea unui câmp WS cu simetrie axială prin rezolvarea sistemului (12)
- calculul factorilor de formă radiali ai interacției biparticulă
- calculul factorilor de formă radiali ai densității și termenului direct din formulele (9) și (11)
- stabilizarea sistemului de ecuații (12) la rezolvarea iterativă, printr-o contopire a potențialelor în fiecare iterație i de forma

$$V_L^{(i)}(r) = (1 - \xi) V_L^{(i-1)}(r) + \xi U_L(r) \quad (13)$$

unde ξ are o valoare inițială de ordinul zecimii și tinde spre unitate pe măsură ce iterațiile se apropie de convergență.

În figura 1 am reprezentat componenta monopolară a densităților protonice (a) și neutronice (b) iar în figura 2 componenta monopolară a câmpului mediu selfconsistent pentru protoni (a) și neutroni (b). pentru nucleul ^{220}Ra având parametrii de deformare $\beta_2=0.103$, $\beta_4=0.072$.

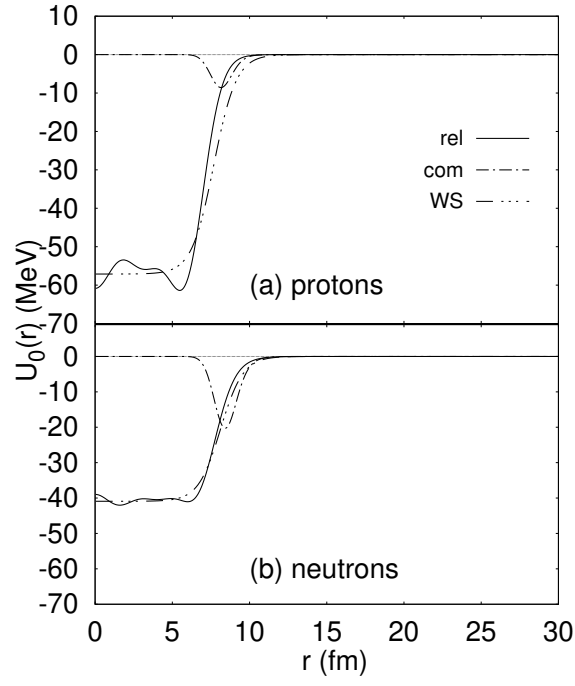


FIG. 2: Factorul de formă radial al termenului direct (11) pentru $L = 0$ în nucleul ^{220}Ra . Sunt reprezentate componentele rel și com alături de componenta radială de monopol a câmpului WS inițial.

IV. Bibliografie

- [1] A. Dumitrescu and D.S. Delion, *Cluster mean field description of alpha emission*, Physical Review C **107**, 024302 (2023).

2. Metoda Multi-Step-Shell-Model (MSM) de descriere a nucleelor deasupra nucleului dublu magic ^{100}Sn

I. INTRODUCERE

Nucleele cu doi protoni și doi neutroni deasupra structurilor dublu magice precum ^{40}Ca , ^{136}Sn și ^{208}Pb au proprietăți pronunțate de tip particulă alfa. Structura alfa este puternic atenuată de efectul principiului de excluziune Pauli și de aceea mai multe metode de tratare a structurii de cuartet au fost propuse. Printre cele mai populare procedee este modelul de pături în pași: Multi-Step Shell-Model (MSM) propus inițial în Ref. [2]. O versiune simplificată a acestuia a fost utilizată în Ref. [3] pentru descrierea structurilor de tip alfa deasupra nucleului dublu magic ^{208}Pb precum și deasupra ^{40}Ca în Ref. [4], utilizând drept interacție bi-particulă reziduală Surface Delta Interaction (SDI).

O situație specială apare pentru nucleul dublu magic bogat în protoni ^{100}Sn care este foarte dificil de obținut experimental cu ajutorul fasciculelor radioactive. Din această cauză este important să calculăm teoretic energiile de excitație colective în nucleele vecine. Analizăm în continuare stările de energie joasă în nucleul ^{104}Te , folosind stări colective de doi protoni și doi neutroni deasupra nucleului magic ^{100}Sn , utilizând MSM cu interacție bi-particulă reziduală generală factorizată de tip multipol-multipol.

II. ELABORARE COD CALCULATOR

Am elaborat un cod de calcul pentru determinarea stărilor nucleului ^{104}Te alcătuit din două părți descrise mai jos.

II.1. Stări de două particule

Pentru descrierea structurii nucleelor ^{102}Te (pp), ^{102}Sn (nn) și ^{102}Sb (pn) utilizăm un Hamiltonian cu interacție reziduală bi-particulă factorizată de tip multipol-multipol

$$H = \sum_{\tau j} \epsilon_{\tau j} N_{\tau j} + \sum_{\tau_1 \tau_2} \sum_{\lambda} G_{\lambda}(\tau_1 \tau_2) \sum_{\mu} P_{\lambda \mu}^{\dagger}(\tau_1 \tau_2) P_{\lambda -\mu}(\tau_1 \tau_2) (-)^{\lambda - \mu} , \quad (1)$$

unde operatorii de multipol sunt definiți astfel

$$P_{\lambda \mu}^{\dagger}(\tau_1 \tau_2) = \sum_{j_1 j_2} q_{\lambda}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2) A_{\lambda \mu}^{\dagger}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2) , \quad (2)$$

unde $\tau = p$ (proton), $= n$ (neutron), în funcție de operatorii pereche

$$A_{\alpha_2}^{\dagger}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2) = \frac{1}{\Delta_{\tau_1 j_1 \tau_2 j_2}} \left[a_{\tau_1 j_1}^{\dagger} \otimes a_{\tau_2 j_2}^{\dagger} \right]_{\alpha_2} , \quad \Delta_{\tau_1 j_1 \tau_2 j_2} \equiv \sqrt{1 + \delta_{\tau_1 \tau_2} \delta_{j_1 j_2}} . \quad (3)$$

Aici funcțiile q_{λ} sunt proporționale cu integrala radială a interacției R^{λ} înmulțită cu elementul de matrice redus al armonice sferice Y_{λ} . Hamiltonianul poate fi diagonalizat de un fonon colectiv de multipolaritate α_2

$$|\tau_1 \tau_2; \alpha_2 a_2\rangle = \Gamma_{\alpha_2}^{\dagger}(\tau_1 \tau_2; a_2) |0\rangle \sum_{j_1 j_2} X_{\alpha_2}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2; a_2) A_{\alpha_2}^{\dagger}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2) , \quad (4)$$

unde $\tau_1 \tau_2$ definesc stările de tip proton-proton (pp), neutron-neutron (nn) și proton-neutron (pn) în nucleele ^{102}Te , ^{102}Sn și ^{102}Sb . Amplitudinile stării proprii a_2 satisfac sistemul de ecuații de tip Tamm-Dankoff Approach (TDA)

$$[E_{\alpha_2}(\tau_1 \tau_2; a_2) - \epsilon_{\tau_1 j_1} - \epsilon_{\tau_2 j_2}] X_{\alpha_2}(j_1 \tau_1 j_2 \tau_2; a_2) = g_{\alpha_2}(\tau_1 \tau_2) q_{\alpha_2}(\tau_1 j_1 \tau_2 j_2) \sum_{k_1 k_2} q_{\alpha_2}(\tau_1 k_1 \tau_2 k_2) X_{\alpha_2}(\tau_1 k_1 \tau_2 k_2; a_2) . \quad (5)$$

Acest sistem a fost rezolvat utilizând procedura standard de diagonalizare a unei matrici simetrice.

II.2. Stări de patru particule

Stările proprii corelate de patru particule cu valoarea proprie a_4 de multipolaritate α_4

$$\begin{aligned} Q_{\alpha_4}^\dagger(a_4) \equiv & \sum_2 X(pp\alpha_2 a_2; nn\beta_2 b_2; \alpha_4 a_4) \left[\Gamma_{\alpha_2}^\dagger(pp; a_2) \otimes \Gamma_{\beta_2}^\dagger(nn; b_2) \right]_{\alpha_4} \\ & + \sum_2 X(pn\alpha_2 a_2; pn\beta_2 b_2; \alpha_4 a_4) \left[\Gamma_{\alpha_2}^\dagger(pn; a_2) \otimes \Gamma_{\beta_2}^\dagger(pn; b_2) \right]_{\alpha_4} . \end{aligned} \quad (6)$$

satisfac următorul sistem

$$\sum_{2'} H(\alpha_2 \beta_2; \alpha'_2 \beta'_2) X(\alpha'_2 \beta'_2) = E_{\alpha_4} \sum_{2'} N(\alpha_2 \beta_2; \alpha'_2 \beta'_2) X(\alpha'_2 \beta'_2) , \quad (7)$$

care depinde de matricea metrică

$$N(\alpha_2 \beta_2; \alpha'_2 \beta'_2) \equiv \langle 0 | Q_{\alpha_4}(\alpha_2 \beta_2) Q_{\alpha_4}^\dagger(\alpha'_2 \beta'_2) | 0 \rangle . \quad (8)$$

Matricea Hamiltonianului este proporțională cu matricea metrică și conține energiile de perechi TDA

$$\begin{aligned} H(\alpha_2 \beta_2; \alpha'_2 \beta'_2) & \equiv \frac{1}{2} \langle 0 | [Q_{\alpha_4}(\alpha_2 \beta_2), H, Q_{\alpha_4}^\dagger(\alpha'_2 \beta'_2)] | 0 \rangle \\ & = \frac{1}{2} (E_{\alpha_2} + E_{\beta_2} + E_{\alpha'_2} + E_{\beta'_2}) N(\alpha_2 \beta_2; \alpha'_2 \beta'_2) . \end{aligned} \quad (9)$$

Sistemul (7) a fost rezolvat utilizând procedura standard de diagonalizare a unei matrici simetrice dar generalizat la o bază nediagonală.

III. REZULTATE NUMERICE

III.1. Baza uni-particulă

Baza uni-particulă a fost determinată prin diagonalizarea standard a câmpului nuclear mediu de tip de tip Woods-Saxon cu parametrizare universală [5] pentru ^{100}Sn . Rezultatele sunt prezentate în Tabelul I pentru protoni (partea stângă) și neutroni (partea dreaptă). Am notat k starea, n , l , j , ϵ : numărul de noduri, momentul unghiular spinul și energia.

TABELUL I

Spectrul uni-particulă protonic (stânga) și neutronic (dreapta).

k	n	l	j	ϵ (MeV)	k	n	l	j	ϵ (MeV)
1	0	0	1	-26.510	1	0	0	1	-43.353
2	0	1	3	-21.196	2	0	1	3	-37.894
3	0	1	1	-20.181	3	0	1	1	-36.859
4	0	2	5	-14.995	4	0	2	5	-31.693
5	0	2	3	-12.671	5	0	2	3	-29.317
6	1	0	1	-11.569	6	1	0	1	-28.645
7	0	3	7	-8.163	7	0	3	7	-24.890
8	0	3	5	-4.068	8	0	3	5	-20.731
9	1	1	3	-3.869	9	1	1	3	-20.710
10	1	1	1	-2.267	10	1	1	1	-19.136
11	0	4	9	-0.886	11	0	4	9	-17.576
*12	1	2	5	3.449	*12	1	2	5	-12.690
*13	2	0	1	5.086	*13	0	4	7	-11.322
*14	0	4	7	5.309	*14	2	0	1	-10.556
*15	1	2	3	6.163	*15	1	2	3	-9.899
16	0	5	11	6.662	16	0	5	11	-9.819
17	2	1	3	8.962	17	1	3	7	-4.824
18	2	1	1	9.326	18	2	1	3	-3.033
19	1	3	7	9.381	19	2	1	1	-1.876
20	5	2	5	10.519	20	0	6	13	-1.697

În calcule am utilizat patru stări de deasupra mării Fermi ($k=11$) specificate cu asterisc $k=12-15$ din pătura majoră $N=4$, notate spectroscopic cu $d_{5/2}$, $s_{1/2}$, $g_{7/2}$, $d_{3/2}$.

III.2. Stări de două particule

Energiile stărilor de două particule au fost găsite rezolvând sistemul (5). Aici am folosit trei parametri de ajustare a interacției multipol-multipol, corespunzători canalelor proton-proton $g(pp) = -3.4$, neutron-neutron $g(nn) = -4.1$ și proton-neutron $g(pn) = -1.4$, adică nucleelor ^{102}Te , ^{102}Sn și ^{102}Sb . Energiile de excitație calculate cu relația

$$E_{J+}(\tau_1\tau_2) = E_{J+}^{TDA}(\tau_1\tau_2; 1) - E_{0+}^{TDA}(\tau_1\tau_2; 1) . \quad (10)$$

sunt date în ultima coloană din Tabelul II.

TABELUL II

(a) Energiile experimentale, extrapolate și calculate (ultima coloană (MeV) pentru izotopii de Te

A	110	108	106	104	102	102
J^π	exp	exp	exp	extr	extr	calc
2^+	0.657	0.625	0.665	0.656	0.660	0.914
4^+	1.402	1.289	1.353	1.299	1.274	0.873
6^+	2.226	2.048	1.646	1.394	1.057	0.932

(b) Energiile experimentale, extrapolate și calculate (ultima coloană (MeV) pentru izotopii de Sn

A	110	108	106	104	102	102
J^π	exp	exp	exp	exp	exp	calc
2^+	1.212	1.206	1.208	1.260	1.472	1.461
4^+	2.197	2.111	2.020	1.943	1.969	1.546
6^+	2.478	2.364	2.325	2.257	2.122(extr)	2.582

(c) Energiile experimentale, extrapolate și calculate (ultima coloană (MeV) pentru izotopii de Sb

A	110	108	106	102	102
J^π	exp	exp	extr	extr	calc
2^+				0.150	0.557
4^+			0.103	0.310	0.594
6^+	0.341	0.376	0.438	0.531	2.329

III.3. Stări de patru particule

Pentru predicția stărilor de patru particule $0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ în ^{104}Te am rezolvat sistemul MSM (5). Baza MSM este neortogonală și pentru diagonalizare am folosit o procedură standard care presupune folosirea valorilor și stărilor proprii ale matricei normei. De remarcat că stările de normă mică violează principiul lui Pauli și trebuie eliminate. Rezultatele sunt date în Tabelul III. Aici am comparat cazul în care am eliminat stările cu valori proprii ale normei mai mici decât $N_{\min} = 0.01$ (coloana a treia) și $N_{\min} = 0.1$ (ultima coloană). Energiile de excitație au fost evaluate similar cu cele din (10)

$$E_{J^+} = E_{J^+,1}^{MSM} - E_{0^+,1}^{MSM} . \quad (11)$$

TABELUL III

Energii extrapolate (coloana a doua) și calculate (MeV) în ^{104}Te
 utilizând ca valoare minimă a matricei metrice
 $N_{\min} = 0.01$ (coloana a treia) și $N_{\min} = 0.1$ (ultima coloană)

J^π	E(extr)	E(calc)	E(calc)
	$N_{\min} =$	0.01	0.1
2^+	0.656	0.046	0.646
4^+	1.299	2.028	0.681
6^+	1.394	2.690	1.242

Remarcăm rezultate mult mai bune pentru $N_{\min} = 0.1$ din cauza eliminării stărilor care violează principiul de excluziune al lui Pauli. Considerând erorile relativ mari ale valorilor extrapolate rezultatele obținute pot fi considerate satisfăcătoare. Acestea au fost trimise spre publicare conform Ref. [6].

-
- [1] D.S. Delion Theory of particle and cluster emission, Springer-Verlag (Berlin Heidelberg, 2010).
 [2] R.J. Liotta, C. Pomar, Nucl. Phys. **A362**, 137 (1981);
 Nucl. Phys. **A382**, 1 (1982).
 [3] D.S. Delion and J. Suhonen, Phys. Rev. C **61**, 024304 (2000).
 [4] D.S. Delion and J. Suhonen, Phys. Rev. C **64**, 061306(R) (2001).
 [5] S. Cwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz, J. Skalski and T. Werner, Comput. Phys. Comm. **46**, 379 (1987).
 [6] S.A. Pencu and D.S. Delion, *Simple approach to describe ^{104}Te* , Romanian Journal of Physics (submitted).

3. Metoda Matricii R și pn-dQRPA pentru descrierea emisiei beta-întârziată de protoni, doi protoni și particule alfa

I. METODA MATRICII R

Metoda matricii R [1] este destinată în principal rezolvării a două probleme:

- 1) analizează spectrele de energie ale reacțiilor sau emisiei de particule determinând lărgimile de dezintegrare,
- 2) exprimă lărgimile de dezintegrare ca produs între penetrabilitatea prin bariera Coulombiană plus cea centrifugală și lărgimea redusă a procesului.

I.1. Cod de calcul pentru analiza spectrelor de emisie beta-întârziată

Emisia beta-întârziată de particule de pe linia de stabilitate protonică are loc în doi pași:

- (i) mai întâi nucleul părinte se dezintegrează β^+ , după care
- (ii) nucleul fiică se află într-o stare excitată care emite rapid protoni, doi protoni și particule alfa.

Am analizat mai întâi spectrele de emisie protonică beta întârziată. Ca exemplu am determinat lărgimile de dezintegrare pentru emisiile de protoni ale nucleului de ^{20}Na [2] realizând următorii pași:

- a) Am utilizat un program de digitizare pentru a extrage datele numerice asociate spectrului măsurat (numărul de evenimente și energia asociată) și publicat în articolul [2]. Din cauza densității crescute de rezonanțe protonice, mai multe dintre maximele înregistrate prezintă suprapuneri, în ciuda rezoluției mari a ansamblului de detectori.
- b) În vederea decelării unor astfel de maxime (peak-uri) de convoluție, am luat în considerare ponderile teoretice ale lărgimilor de dezintegrare asociate fiecărei rezonanțe la lărgimea de dezintegrare totală, calculate în funcție de momentul cinetic orbital al rezonanțelor

$$\Gamma_{red} = \Gamma_{lj} |C_l(\chi, \rho)|^2, \quad (1)$$

unde l denotă momentul unghiular, j spinul stării din care este emisă particula, iar Γ_{red} lărgimea monopolară redusă-Coulomb cu un coeficient definit mai jos (6).

- c) Lărgimile de dezintegrare au fost calculate prin fitarea cu distribuții Lorentz ale maximelor

$$\Gamma(E) \sim \sum_{lj} \frac{\Gamma_{lj}}{2\pi [(E - E_{lj})^2 + (\Gamma_{lj}/2)^2]}, \quad (2)$$

unde lj denota momentul unghiular și spinul stării protonice. Rezultatele fiturilor teoretice, redată în figura de mai jos, reproduc suficient de bine datele experimentale.

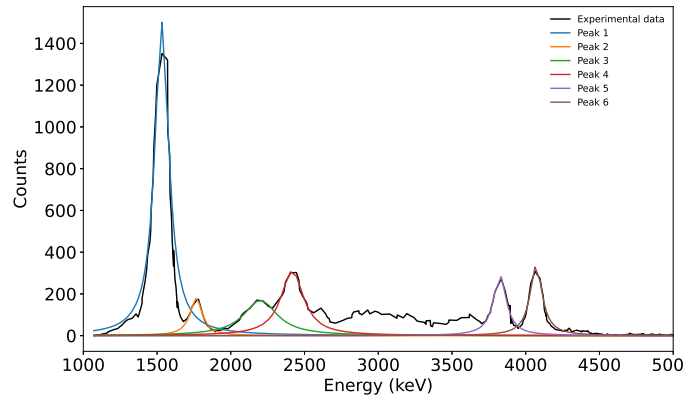


FIG. 1. Fitul spectrului de emisie protonic experimental cu distribuții Lorentziene pentru ^{20}Na .

Rezultatele sunt prezentate în Tabelul II

În mod similar se analizează spectrele de emisie beta-întârziată de doi protoni și particule alfa

TABLE I. Date pentru emisia protonică $^{20}\text{Na} \rightarrow ^{19}\text{Ne} + p$

No	l	Q (MeV)	Γ_l (keV)	Γ_{red} (keV)	$\log_{10} \gamma_0^2$	ρ	χ	P_l	C_l^2	V_{frag} (MeV)
1	1	1.622	14.980	43.730	-1.008	1.200	2.420	0.153	2.919	1.976
2	0	1.656	43.730	43.730	-1.032	1.213	2.395	0.471	1.000	1.942
3	0	1.853	21.190	21.190	-1.468	1.283	2.264	0.623	1.000	1.745
4	1	1.905	8.259	21.190	-1.496	1.300	2.233	0.259	2.565	1.693
5	0	1.907	21.190	21.190	-1.497	1.301	2.232	0.666	1.000	1.691
6	1	2.320	116.700	255.900	-0.592	1.435	2.024	0.455	2.194	1.278
7	2	2.344	21.040	255.900	-0.600	1.443	2.013	0.084	12.160	1.254
8	0	2.560	37.130	37.130	-1.506	1.508	1.926	1.191	1.000	1.038
9	0	2.567	37.130	37.130	-1.508	1.510	1.924	1.197	1.000	1.031
10	1	2.620	18.550	37.130	-1.523	1.525	1.904	0.619	2.002	0.978
11	1	4.033	18.340	28.070	-1.903	1.892	1.535	1.466	1.530	-0.435
12	0	4.051	28.070	28.070	-1.905	1.896	1.531	2.255	1.000	-0.453
13	2	4.053	6.295	28.070	-1.905	1.897	1.531	0.506	4.458	-0.455
14	0	4.303	40.540	40.540	-1.774	1.955	1.486	2.412	1.000	-0.705
15	2	4.347	10.160	40.540	-1.779	1.964	1.478	0.611	3.992	-0.749

I.2. Analiza lărgimilor de dezintegrare beta-intârziată

Pentru analiza lărgimilor de dezintegrare experimentale am folosit factorizarea standard din cadrul teoriei matricii R [1]

$$\Gamma_{lj} = P_l \gamma_{lj}^2, \quad (3)$$

în funcție de penetrabilitatea Coulombiană și lărgimea redusă

$$P_l = \frac{2\rho}{\left|H_l^{(+)}(\chi, \rho)\right|^2}, \quad \gamma_{lj}^2 = \frac{\hbar^2 f_{lj}^2(R)}{2\mu R}, \quad (4)$$

unde $f_{lj}^2(R)$ denotă valoarea funcției protonice interne la raza R de pe suprafața nucleului (de unde și numele teoriei matricii R). Aici am definit unda Coulombiană emergentă Coulomb-Hankel

$$H_l^{(+)}(\chi, \rho) = G_l(\chi, \rho) + iF_l(\chi, \rho), \quad (5)$$

care depinde de funcția Coulomb neregulată G_l și cea regulată F_l . Aceasta este legată de funcția monopolară

$$H_l^{(+)}(\chi, \rho) = C_l(\chi, \rho) H_0^{(+)}(\chi, \rho). \quad (6)$$

Funcțiile Coulombiene depind de parametrul Coulomb

$$\chi = \frac{2Z}{\hbar v}, \quad v = \sqrt{\frac{2Q}{\mu}}, \quad (7)$$

și de raza redusă.

$$\rho = \kappa R, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2\mu Q}}{\hbar}. \quad (8)$$

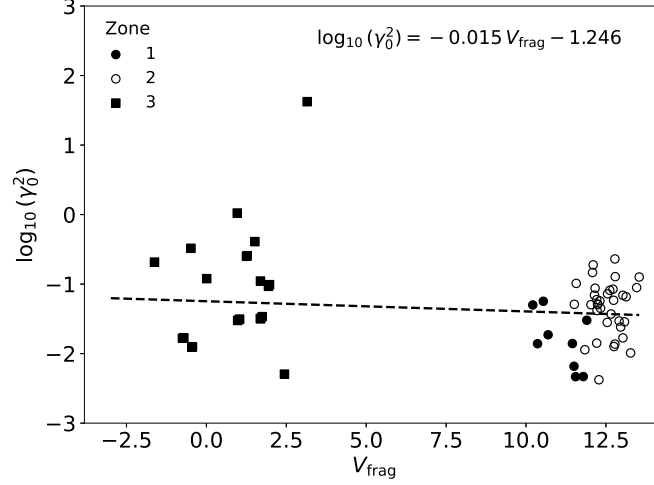
Am analizat toate datele disponibile de emisie protonică întârziată din Tabelul I [3] (zona 3) precum și cele de emisie spontană (zonele 1,2) [4]

În Ref. [4] am introdus lărgimea monopolară redusă-Coulomb definită în relația (1). În acest mod putem reduce toate lărgimile de dezintegrare experimentale la componenta monopolară. Introducem de asemenea lărgimea redusă experimentală

$$\gamma_0^2 = \frac{\Gamma_{red}^{(exp)}}{P_0}. \quad (9)$$

TABLE II. Zone de emisie protonică

Zona	Z	A	Simbol
1	50-68	100-145	cercuri pline
2	>68	>145	cercuri goale
3	11-11	20-21	pătrate pline
4	12-49	22-100	pătrate goale

FIG. 2. Logaritmul lărgimii reduse protonice (9) funcție de potențialul de fragmentare $V_{frag} = V_B - Q$ folosind simbolurile din Tabelul II.

În Ref. [5] am demonstrat, folosind un potențial de interacție de oscilator armonic adăugat unei bariere Coulombiene, că logaritmul lărgimii reduse depinde linear de potențialul de fragmentare $V_{frag} = V_B - Q$ cu o pantă negativă. Aici $V_B = Ze^2/R_B$ denotă bariera Coulomb iar Q energia protonului emis (Q-value). În Fig. 2 am fitat $\log_{10} \gamma_0^2$ funcție de potențialul de fragmentare

$$\begin{aligned} \log_{10} \gamma_0^2 &= aV_{frag} + b, \\ a &= -0.015, \quad b = -1.246, \quad \sigma = 0.509. \end{aligned} \quad (10)$$

Pe baza acestui fit în Fig. 3 am plotat următoarea dependență

$$\log_{10} \Gamma_{red} = \log_{10} P_0(\chi, \rho) + aV_{frag} + b, \quad (11)$$

unde $\rho = \kappa R_0$, $R_0 = 1.2A^{1/3}$, obținând o descriere satisfăcătoare a datelor experimentale din zonele 1,3,4. Eroarea corespunde unui factor trei în nedeterminarea valorilor absolute. Această relație are putere de predicție, permițând calculul lărgimilor de emisie din zona 4 (pătrate goale) corespunzând emisiei beta întârziată, unde nu există decât valori ale energiei de emisie Q .

Acest tip de analiză poate fi extins la procesele de emisie beta-întârziată de doi protoni și particule alfa. În cazul emisiei de doi protoni dependența (10) analizată pe baza datelor existente conduce la următorii parametri

$$a_{2p} = -0.183, \quad b_{2p} = -1.757 \text{ cu eroarea } \sigma_{2p} = 0.396,$$

iar pentru dezintegrarea alfa

$$a_\alpha = -0.092, \quad b_\alpha = -0.327 \text{ cu eroarea } \sigma_\alpha = 0.556.$$

Acești parametri permit predicția lărgimilor de dezintegrare beta-întârziată cu emisie de doi protoni, respectiv particule alfa din zona 4 a Tabelului II [3].

II. METODA PN-DQRPA

Analiza proceselor de emisie β^+ din zona liniei de stabilitate protonice se poate face utilizând formalismul Proton-Neutron Quasiparticle Random Phase Approximation (pn-QRPA). În acest scop am comparat valorile experimentale

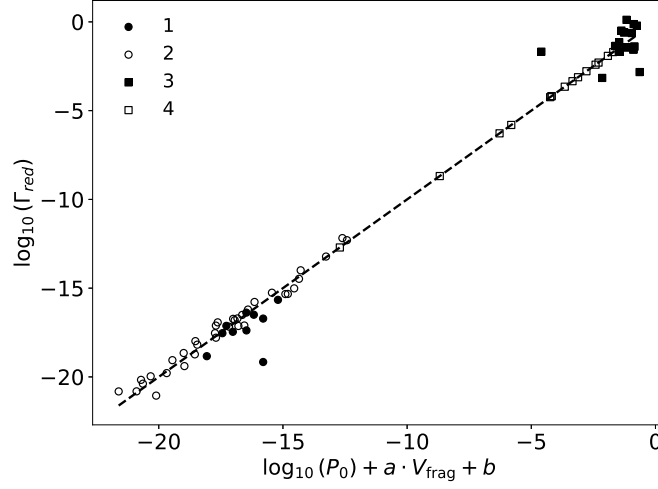


FIG. 3. Logaritmul lărgimii de dezintegrare monopolare reduse-Coulomb versus $\log_{10} P_0 + a \cdot V_{frag} + b$. Simbolurile sunt descrise în Tabelul II.

ale elementelor de matrice ale tranzițiilor beta cu cele teoretice, ceea ce a condus la crearea unei sistematice a constantei de cuplaj axial vectorial g_A și la îmbunătățirea înțelegerii spectrului de stări 1^+ în cazul ^{20}Na . Rezonanțele 1^+ sunt descrise cu ajutorul operatorului de creare al unui fonon

$$\Omega_{1\mu}^\dagger(n) = \sum_{j_\pi j_\nu} \left[\mathcal{X}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) A_{1\mu}^\dagger(j_\pi j_\nu) - \mathcal{Y}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) A_{1-\mu}(j_\pi j_\nu) (-)^{1-\mu} \right]. \quad (12)$$

Ecuatiile pn-QRPA în varianta deformată (pn-dQRPA) pot fi obținute prin metoda ecuațiilor de mișcare

$$\left[H, \Omega_{1\mu}^\dagger(n) \right] = \omega_1(n) \Omega_{1\mu}^\dagger(n), \quad (13)$$

și formal coincid cu cele ale variantei sferice (pn-QRPA), cu deosebirea că spectrul uni-particulă se splitază pe proiecțiile momentului cinetic

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_1(j_\pi j_\nu, j'_\pi j'_\nu) & \mathcal{B}_1(j_\pi j_\nu, j'_\pi j'_\nu) \\ -\mathcal{B}_1(j_\pi j_\nu, j'_\pi j'_\nu) & -\mathcal{A}_1(j_\pi j_\nu, j'_\pi j'_\nu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{X}_1^{(n)}(j'_\pi j'_\nu) \\ \mathcal{Y}_1^{(n)}(j'_\pi j'_\nu) \end{pmatrix} = \omega_1(n) \begin{pmatrix} \mathcal{X}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) \\ \mathcal{Y}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

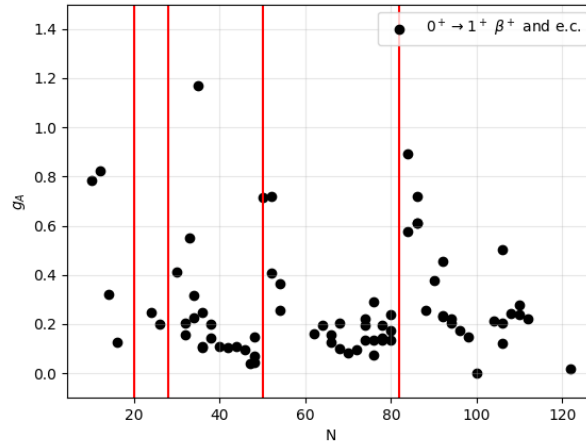


FIG. 4. Constanta de cuplaj axial vectorial g_A versus numărul de neutroni. Liniile verticale semnifică numerele magice.

Constanta de cuplaj axial vectoare g_A este legată de descrierea rezonanțelor Gamow-Teller 1^+ care emit protoni [2] și este de asemenea relevantă în mai multe procese fizice fundamentale precum dezintegrarea beta dublă. În urma calculării elementelor de matrice de tranziție $\beta^\pm$

$$\begin{aligned} \left(0 \parallel \beta^- \parallel \Omega_1^\dagger(n)\right) &= \hat{1} \sum_{j_\pi j_\nu} \left[\bar{\xi}_{j_\pi j_\nu} \mathcal{X}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) + \xi_{j_\pi j_\nu} \mathcal{Y}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) \right] \\ \left(0 \parallel \beta^+ \parallel \Omega_1^\dagger(n)\right) &= \hat{1} \sum_{j_\pi j_\nu} \left[\xi_{j_\pi j_\nu} \mathcal{X}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) + \bar{\xi}_{j_\pi j_\nu} \mathcal{Y}_1^{(n)}(j_\pi j_\nu) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

se poate determina valoarea constantei de cuplaj axial vectoare folosind valorile experimentale

$$(\beta_{exp}^\pm)^2 = \frac{6147 (2J_i + 1)}{g_A^2 10^{\log ft}} \quad (16)$$

Graficul obținut ca urmare a sistematicii elaborate, prezentat în Fig. 4, arată un comportament netrivial al valorilor efective ale acesteia odată cu creșterea numărului de neutroni din nucleu. Se observă, așadar, o majorare a valorilor în jurul numerelor magice de neutroni (pături neutronice complet ocupate), datorate supresiei efectului principiului lui Pauli. Această sistematică va fi folosită pentru descrierea emisiei de protoni din stările 1^+ .

Rezultatele obținute au fost trimise spre publicare în Ref. [6].

-
- [1] A.M. Lane and R.G. Thomas, Rev. Mod. Phys. **30**, 257 (1958).
 - [2] M.V. Lund, A. Andreyev, M.J.G. Borge, *et.al*, Eur. Phys. J. A **52**, 304 (2016).
 - [3] J. C. Batchelder, At. Data Nucl. Data Tables **132**, 101323 (2020).
 - [4] D.S. Delion and A. Dumitrescu, Phys. Rev. C **103**, 054325 (2021).
 - [5] D.S. Delion, Phys. Rev. C **80**, 024310 (2009).
 - [6] D.S. Delion and S.A. Penu, *Sistematica emisiei protonice pe linia de stabilitate protonică*, Phys. Rev. C (submitted).

4. Descrierea semiclastică a dinamicii nucleare pentru nucleele triaxiale

Atunci când se combină cu gradele de libertate uniparticulă, mișcarea complexă de rotație colectivă a nucleelor triaxiale poate da naștere unor sisteme cu chiralitate intrinsecă. Un astfel de concept a fost pentru prima dată propus pentru nuclee impar-impare, având ca ingrediente necesare un miez deformat triaxial și doi nucleoni desperecheați din părți opuse ale nivelului Fermi. Traietoriile de câmp mediu ale nucleonilor de tip particulă și de tip gaură pot genera o configurație triedrică, în combinație cu rotația unui miez triaxial. În consecință, vectorii de spin implicați, pot fi aranjați în două geometrii cu ordine opusă: stânga și dreapta. Restabilirea simetriei chirale în sistemul de referință al laboratorului conduce la o pereche de benzi rotaționale degenerate în energie și cu chiralitate opusă. Degenerarea benzilor partenere observate în experiment, este totuși rar întâlnită și de obicei limitată la intervale scurte de spini mari. Ruperea degenerării este asociată cu așa numita vibrație chirală. În această etapă a proiectului am arătat, prin intermediul unui formalism semiclastic, că această comportare dinamică poate fi descrisă ca o oscilație armonică a vectorului momentului cinetic total între două configurații chirale.

Punctul de pornire este un Hamiltonian de rotator triaxial rigid exprimat în termeni de moment cinetic total $\vec{I}$ și doi spini uniparticulă $\vec{j}$ și $\vec{j}'$. Parametrii inerțiali $A_k = 1/(2\mathcal{J}_k)$ au legătură cu momentul de inerție hidrodinamic $\mathcal{J}_k = \frac{4}{3}\mathcal{J}_0 \sin^2(\gamma - \frac{2}{3}k\pi)$, parametrizat de deformarea triaxială γ . În cele ce urmează am considerat că cele două cvasiparticule sunt aliniate rigid de-a lungul axelor 1 și 2 ale miezului. Astfel, geometria chirală este realizată doar în intervalul $\gamma \in (60^\circ, 120^\circ)$. În aceste condiții, fiecare axă $k = 1, 2, 3$ poate fi identificată ca lungă, scurtă și medie, în ceea ce privește distribuția masei nucleare în sistemul intrinsec. De asemenea, această alegere stabilește natura de tip particulă și respectiv de tip gaură a spinilor uniparticulă $\vec{j}$ și $\vec{j}'$. Hamiltonianul relevant poate fi atunci scris ca

$$\hat{H}_{chiral} = A_1 \hat{I}_1^2 + A_2 \hat{I}_2^2 + A_3 \hat{I}_3^2 - 2A_1 j \hat{I}_1 - 2A_2 j' \hat{I}_2. \quad (1)$$

Acest operator poate fi cu ușurință diagonalizat într-o bază de stări rotaționale. Totuși, pentru a descrie dinamica asociată acestui Hamiltonian de rotator cu constrângeri, este de preferat de lucrat cu energii cinetice și potențiale separate în spațiul unei variabile continue. Acest lucru poate fi realizat cu ajutorul unui formalism semiclastic. Astfel, aplicând Hamiltonianului (1), un principiu variațional dependent de timp, se obține următoarea funcție clasică de energie:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_I(x, \varphi) = & \frac{I}{2}(A_1 + A_2) + A_3 I^2 \\ & + \frac{(2I - 1)(I^2 - x^2)}{2I} (A_1 \cos^2 \varphi + A_2 \sin^2 \varphi - A_3) - 2A_1 j \sqrt{I^2 - x^2} \cos \varphi - 2A_2 j' \sqrt{I^2 - x^2} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Ea este exprimată ca funcție de o pereche de variabile canonic conjugate, φ și x , ce descriu direcția vectorului momentului cinetic total în coordonate sferice. Astfel, φ este unghiul azimutal $0 \leq \varphi < 2\pi$, iar $x = I \cos \theta$ este proiecția momentului cinetic total de-a lungul axei intrinseci 3, definită de unghiul polar $0 \leq \theta < \pi$ corespunzător. Canonicitatea variabilelor alese este evidentă din paranteza lor Poisson $\{\varphi, x\} = 1$, identificând astfel x ca impuls generalizat pentru coordonata φ .

Funcția clasică de energie are un punct critic evident la $x_0 = 0$. Acesta este un minim și deci un punct staționar pentru valori ale momentului cinetic total mai mici decât o valoare critică I_c , care este determinată analitic. Faza dinamică cu $I < I_c$ este numită planară, deoarece direcția medie a vectorului momentului cinetic este restricționată în planul principal definit de alinierea de cvasiparticule. Următoarea fază, de după valoarea I_c , numită și aplanară, desparte unicul punct staționar în două minime chirale de aceeași energie. Coordonata azimutală φ_0 a punctului staționar din faza planară este în general dependentă de spin. Ea este determinată ca soluție a unei ecuații cuartice $(\partial \mathcal{H}_I / \partial \varphi)_{0, \varphi_0} = 0$.

Cunoscând coordonatele punctului staționar din faza planară, se poate face o aproximație armonică în punctul staționar. Datorită relației de conjugare canonică între x și φ , se poate realiza o cuantificare simplă a ecuației de mai sus într-o problemă de oscilator armonic. Frecvența oscilatorului obținut este

$$\omega_I = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 \mathcal{H}_I}{\partial x^2}\right)_{0, \varphi_0} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{H}_I}{\partial \varphi^2}\right)_{0, \varphi_0}}. \quad (3)$$

În această aproximație armonică (AA), energia dintre stările benzilor chirale partenere este dată doar de frecvența definită mai sus, $\Delta E(I) = \omega_I$. Aceasta are în general o comportare parabolică ca funcție de momentul cinetic total. Alegând reprezentarea în care proiecția x este variabila activă, se poate scrie funcția de undă în spațiul impulsurilor în modul următor:

$$\phi_{In}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \sqrt{\frac{\alpha_I}{\pi}} e^{-\frac{\alpha_I^2 x^2}{2}} H_n(\alpha_I x), \quad \alpha_I = \frac{1}{\sqrt{m_I \omega_I}} = \sqrt{s} \left[\left(\frac{\partial^2 \mathcal{H}_I}{\partial x^2}\right)_{0, \varphi_0} \left/\left(\frac{\partial^2 \mathcal{H}_I}{\partial \varphi^2}\right)_{0, \varphi_0}\right. \right]^{1/4}, \quad (4)$$

unde s este o cantitate ce sugerează caracterul scalabil al problemei și generalizarea definiției masei sale efective. Numerele cuantice $n = 0$ și $n = 1$ identifică o stare yrast și respectiv partenera ei chirală de același spin I . Această funcție definește o densitate de probabilitate $\rho_{In}(x) = |\phi_{In}(x)|^2$ ce este folosită pentru generarea coeficienților noii dezvoltări ale funcției de undă totale, în matrici rotaționale. Trebuie spus că această distribuție de probabilitate este în prealabil renormalizată pentru intervalul fizic limitat $x \in [-I, I]$. Aici intervine scala s , care este fixată astfel încât distribuția de probabilitate a oscilatorului armonic pentru spinul total clasic $I = \tilde{j} = \sqrt{j^2 + j'^2}$, să fie complet localizată în limitele $[-\tilde{j}, \tilde{j}]$. O astfel de schemă produce o distribuție de probabilitate foarte similară cu cea obținută din diagonalizarea exactă a Hamiltonianului cuantic inițial. Se constată de asemenea că AA este mai bună pentru spini mici, stările yrast și pentru spini uniparticulă aliniați mari.

Realizarea experimentală a vibrației chirale armonice a fost identificată în benzile chirale $\pi g_{11/2}^{-1} \nu h_{11/2}^2$ din $^{103,105}\text{Rh}$ și ^{107}Ag , și în cele bazate pe configurația de cvasiparticule $\pi h_{11/2}^2 \nu h_{11/2}^{-1}$ din ^{133}Ce și $^{135,137}\text{Nd}$. Această selecție a fost realizată prin fitarea diferenței de energie dintre benzile observate. Cu o normare potrivită, doar parametrul de deformare triaxială γ este variat. Astfel, modelul propus poate fi folosit pentru estimarea rapidă și ușoară a deformării triaxiale asociate benzilor chirale. Parametrul de deformare γ fitat a fost mai apoi folosit pentru calculul tranzițiilor electromagnetice, care reprezintă un test al modelului. Cea mai bună descriere a datelor a fost raportată pentru ^{105}Rh . După cum se poate vedea din Fig. 1(a), diferența de energie între benzile chirale are o comportare decrescătoare. De asemenea,

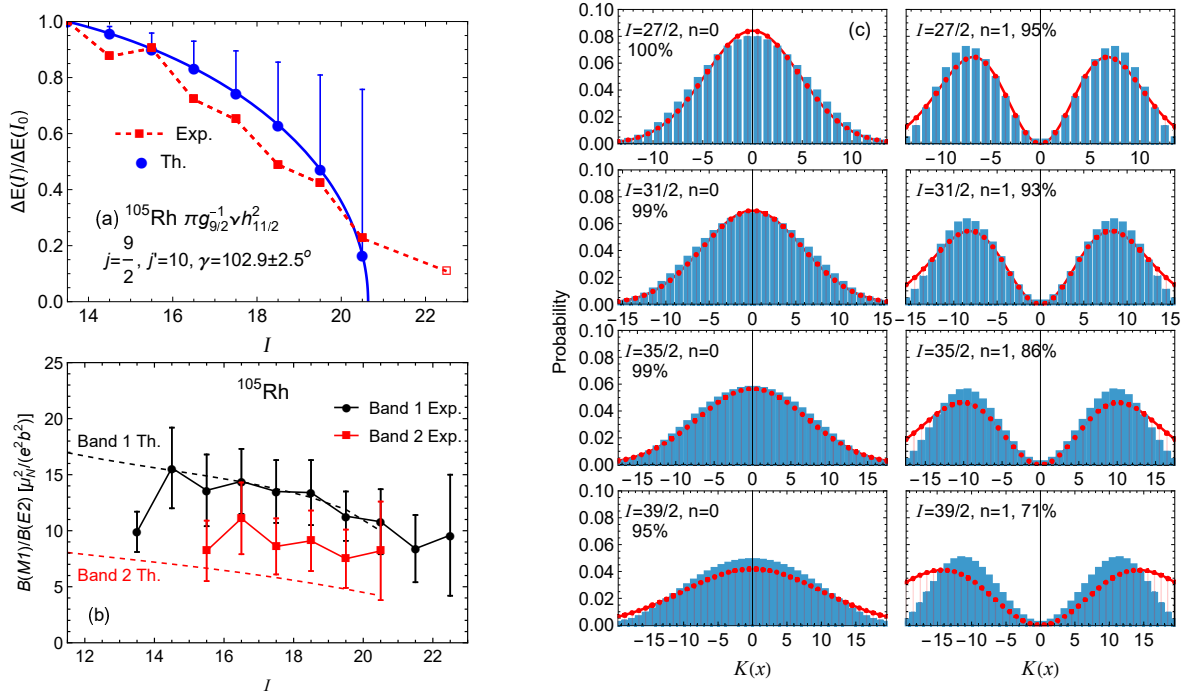


Figure 1: (a) Dependența de spin a diferenței de energie teoretice și experimentale $\Delta E(I)$ dintre benzile chirale ale nucleului ^{105}Rh . Barele verticale arată devierea de la rezultatele diagonalizării exacte. (b) Comparația dintre valorile $B(M1)/B(E2)$ experimentale și teoretice din cele două benzi partenere. (c) Componentele dezvoltării funcției de undă în matrici de rotație, rezultate din diagonalizarea exactă (histograma albastră) și din AA (punctele și curba roșie). Procentajul listat reprezintă fracția probabilității AA cuprinsă în intervalul fizic $[-I, I]$.

echidistanța prezisă în Fig. 1(b), între mărimea $B(M1)/B(E2)$ din cadrul celor două benzi este în acord excelent cu datele experimentale. Figura 1(c) demonstrează faptul că ^{105}Rh este un candidat bun pentru oscilator chiral armonic prin faptul că o serie extinsă de stări ale sale poate fi explicată prin intermediul oscilațiilor armonice ale proiecției momentului cinetic total pe axa de rotație a miezului. Din Fig. 1(c) se poate vedea că terminarea fazei planare este caracterizată de o aplatizare a distribuției de probabilitate în starea fundamentală și de o creștere a ponderii componentelor $x(K) \rightarrow I$ în starea excitată.

În concluzie, studiul realizat a arătat faptul că stările de energie joasă din benzile chirale ale nucleelor triaxiale ce sunt separate foarte mult în energie, pot fi descrise fenomenologic consistent de oscilații armonice ale vectorului momentului cinetic total. Deoarece în imaginea cuantică originală, proiecția momentului cinetic este discretizată, aceasta nu poate oferi o astfel de descriere. Acest lucru poate fi realizat doar prin intermediul unei abordări semiclassical.

Rezultatele descrise au fost publicate în lucrarea: *Harmonic chiral vibration in triaxial nuclei*, R. Budaca, A. I. Budaca, Physics Letters B **868**, 139794 (2025).

B. Sumar de progres/livrabile realizate/diseminare rezultate

Livrabile realizate

1. Metoda Deformed Cluster-Hartree-Fock-Bogoliubov (dCHFB)

a. Elaborare cod calculator pentru calculul câmpului nuclear selfconsistent deformat cu componentă de cluster α (planificat: 1, realizat: 1)

2. Metoda Multi-Step-Shell-Model (MSM) de descrierea a nucleelor deasupra nucleului dublu magic ^{100}Sn

a. Elaborare cod calculator pentru calculul structurii perechilor și cuarteților de nucleoni utilizând interacție bi-particulă separabilă în nuclee deasupra ^{100}Sn (planificat: 1, realizat: 1)

b. Publicare lucrare științifică (planificat: 1, realizat: 1)

S.A. Pencu and D.S. Delion, *Simple approach to describe ^{104}Te* , Romanian Journal of Physics (trimisă la publicat).

3. Metoda Matricii R și pn-dQRPA pentru descrierea emisiei β -întârziată de protoni, doi protoni și particule alfa

a. Elaborare cod calculator pentru determinarea lărgimilor de dezintegrare β -întârziată, analiza lărgimilor reduse în cadrul metodei matricii R și pentru determinarea parametrului axial-vector efectiv al dezintegrării β în cadrul metodei pn-dQRPA (planificat: 1, realizat: 1)

b. Publicare lucrare științifică (planificat: 1, realizat: 1)

D.S. Delion and S.A. Pencu, *Proton emission systematics along proton drip line*, Physical Review C (trimisă la publicat). <https://arxiv.org/pdf/2511.00866>

4. Descrierea semiclastică a dinamicii nucleare pentru nucleele triaxiale

a. Publicare lucrare științifică (planificat: 1, realizat: 2)

R. Budaca and A.I. Budaca, *Harmonic chiral vibration in triaxial nuclei*, Physics Letters B **868**, 139794 (2025).

R. Budaca, *The energy staggering of the alternating parity band in pear-shaped nuclei*, European Journal of Physics A **151**, 34002 (2025).

Diseminare rezultate

Conferințe

1. A. Dumitrescu and D.S. Delion, *Particle emission in a selfconsistent field*, European Nucl. Phys. Conf. 22-26 septembrie 2025, Franța Caen, prezentare orală [https://indico.in2p3.fr/event/30430/contributions/157658/attachments/95980/147244/Presentation 54 Dumitrescu.pdf](https://indico.in2p3.fr/event/30430/contributions/157658/attachments/95980/147244/Presentation%2054%20Dumitrescu.pdf)

2. S.A. Pencu and D.S. Delion, *Study of Beta Delayed Proton emissions in ^{21}Mg* , European Nuclear Physics Conference, 22-26 septembrie 2025, Franța Caen, poster <https://indico.in2p3.fr/event/30430/contributions/160858/>

Seminarii

1. S.A. Pencu, *Study of Beta Delayed Proton emissions in ^{21}Mg* , Seminar IFIN-HH, Departamentul de Fizică Teoretică, 21 octombrie 2025

C. Sumar executiv al lucrărilor realizate

Structura nucleelor situate pe linia de stabilitate protonică constituie o direcție importantă de cercetare cu implicații în astrofizică. Scopul fazei din anul 2025 este implementarea unor metode de descriere a structurii nucleare în această zonă. Acestea se referă la:

1. Metoda Deformed Cluster-Hartree-Fock-Bogoliubov (dCHFB)

Calculul selfconsistent al câmpului nuclear mediu utilizând o interacție bi-particulă în cadrul metodei Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) este un subiect central al fizicii nucleare. Am generalizat metoda sferică de calcul al câmpului mediu cu cluster (CHFB) la nucleee deformate folosind pe lângă interacția bi-particulă uzuală un termen centrat pe raza nucleară deformată, care simulează generarea clusterilor α în zona de densitate nucleară mică. Am derivat sistemul dCHFB de ecuații cuplate iar pentru rezolvarea numerică iterativă am elaborat un cod de calcul care utilizează procedura de diagonalizare a câmpului nuclear mediu folosind baza de oscilator armonic.

2. Metoda Multi-Step-Shell-Model (MSM) de descrierea a nucleelor deasupra nucleului dublu magic ^{100}Sn

Am elaborat un cod de calcul pentru determinarea stărilor nucleului ^{104}Te alcătuit din două părți. În primul pas am descris nucleeele ^{102}Te (pp), ^{102}Sn (nn) și ^{102}Sb (pn) cu două particule deasupra ^{100}Sn folosind aproximația Tamm-Dankoff (TDA) cu o interacție reziduală bi-particulă factorizată de tip multipol-multipol. În al doilea pas am cuplat soluțiile TDA într-un cuartet care descrie nucleul ^{104}Te , având componentele ppnn și pnnp. Sistemul de ecuații conține energiile TDA și matricea normei. Am obținut rezultate în acord cu valorile experimentale prin eliminarea stărilor de normă mai mică decât $N_{min} = 0.1$, care violează principiul de excluziune al lui Pauli. Rezultatele au fost trimise la publicare în lucrarea

S.A. Pencu and D.S. Delion, *Simple approach to describe ^{104}Te* , Romanian Journal of Physics (trimisă la publicat).

3. Metoda Matricii R și pn-dQRPA pentru descrierea emisiei beta-întârziată de protoni, doi protoni și particule alfa

Am utilizat metoda matricii R pentru rezolvarea a două probleme:

a) Analiza spectrelor experimentale de energie în emisia de protoni β -întârziată determinând lărgimile de dezintegrare (elaborare cod calcul).

b) Analiza lărgimilor de dezintegrare ca produs între penetrabilitatea prin bariera Coulombiană plus cea centrifugală și lărgimea redusă (elaborare cod calcul). Pe baza analizei datelor experimentale relative la lărgimea redusă a emisiei de protoni, doi protoni și particule α ca funcție liniară de potențialul de fragmentare, am prezis lărgimile de emisie în procesele de emisie similare β -întârziată.

Am elaborat de asemenea un cod de calcul pentru determinarea parametrului efectiv axial-vector g_A al interacției slabe în zona de stabilitate protonică folosind metoda pn-dQRPA (Aproximația Fazelor Aleatoare deformată proton-neutronică) în vederea calculului ratelor de dezintegrare β în această regiune. Rezultatele au fost trimise la publicare în lucrarea

D.S. Delion and S.A. Pencu, *Proton emission systematics along proton drip line*, Physical Review C (trimisă la publicat). <https://arxiv.org/pdf/2511.00866>

4. Descrierea semiclastică a dinamicii nucleare pentru nucleele triaxiale

Am analizat stările de energie joasă din benzile chirale ale nucleelor triaxiale folosind o abordare semiclastică. Acestea au fost descrise fenomenologic consistent de oscilații armonice ale vectorului momentului cinetic total. Punctul de pornire este un Hamiltonian de rotator triaxial rigid exprimat în termeni de moment cinetic total și doi spini uniparticulă. Parametrii inerțiali au legătură cu momentul de inerție hidrodinamic, parametrizat de deformarea triaxială γ . Am considerat că cele două cvasiparticule sunt aliniat rigid de-a lungul axelor miezului. Am demonstrat faptul că ^{105}Rh este un candidat bun pentru oscilator chiral armonic prin faptul că o serie extinsă de stări ale sale poate fi explicată prin intermediul oscilațiilor armonice ale proiecției momentului cinetic total pe axa de rotație a miezului. Rezultatele au fost publicate în lucrările

R. Budaca and A.I. Budaca, *Harmonic chiral vibration in triaxial nuclei*, Physics Letters B **868**, 139794 (2025).

R. Budaca, *The energy staggering of the alternating parity band in pear-shaped nuclei*, European Journal of Physics A **151**, 34002 (2025).