

**PROJECT TITLE : HEAVY ION OPTICAL POTENTIALS  
FOR EXOTIC NUCLEI IN ASTROPHYSICAL NUCLEAR  
REACTIONS (TITLUL PROIECTULUI : POTENȚIALE  
OPTICE DE IONI GREI PENTRU NUCLEE EXOTICE IN  
REAȚII NUCLEARE DE INTERES ASTROFIZIC)**

ȘERBAN MIȘICU

*National Institute for Nuclear Physics-HH,  
Bucharest-Magurele, P.O.Box MG6, Romania*

*\*E-mail:misicu@theor1.theory.nipne.ro*

*[http://theor1.theory.nipne.ro/ misicu/](http://theor1.theory.nipne.ro/misicu/)*

# OBIECTIVELE ETAPEI : NUCLEE DE SCHIMB NELOCALE PENTRU INTERACȚIA $\alpha$ -NUCLEU. (REPORT OBJECTIVES : NONLOCAL EXCHANGE KERNELS FOR $\alpha$ -NUCLEUS INTERACTION)

## I. INTRODUCERE

Influența principiului Pauli în reacții nucleare (împrăștiere elastică, fuziune, dezintegrare  $\alpha$  și de clusteri, etc.) este în general încorporată aproximativ în schemele de calcul ale probabilităților de tranziție. Tratarea microscopică a interacțiilor între nucleele compuse cuprinde un efort elaborat îndeosebi pentru a determina nucleele de schimb nelocale din procedura de antisimetrizare dictată de principiul lui Pauli. Dificultățile teoriei microscopice a interacțiilor între sisteme nucleare compuse au mai ales un caracter tehnic. Procedura de antisimetrizare a funcției de undă sistemelor dinucleare (proiectil/țintă sau cluster/nucleu mamă) relativ la orice permutare de nucleoni este în principiu directă însă conduce în cele mai multe cazuri la ecuații complicate. Calculul numeric al integralelor microscopice este laborios în ceea ce privește consumul de timp, erori de rotunjire, etc [1].

Potențialul de model optic (OMP)  $\alpha$ -nucleu joacă un rol important în studiile de structură și reacții ale nucleelor cu un domeniu de mase vast, ca de exemplu dezintegrarea  $\alpha$ , reacțiile de interes astrofizic sau cum ar fi capturile radiative  $\alpha$  sau reacțiile de transfer  $\alpha$  (vezi [2] și referințele citate de aceasta). Îndeosebi ratele reacțiilor astrofizice sunt încă incerte datorită cunoașterii imprecise a OMP mai ales la energii sub-barierice. Există în literatura mai multe lucrări dedicate construcției potențialului global  $\alpha$ -nucleu și care includ o dependență de energie puternică (mai ales din cauza părții imaginare a potențialului) precum și a efectelor de structură nucleară ale țintei. Compilăția [3], de exemplu, calculează partea reală a potențialului folosind numai partea directă a potențialului de folding cu interacția nucleon-nucleon efectivă dependentă de densitate DDM3Y-Reid iar partea imaginară este obținută dintr-o formulă Woods-Saxon cu scopul de a reproduce datele experimentale pentru reacțiile  $(\alpha, \gamma)$ ,  $(\alpha, n)$ ,  $(\alpha, p)$ ,  $(n, \alpha)$  precum și datele de împrăștiere elastică la energii relevante pentru aplicații astrofizice. Compilația prezentată în [2] merge un pas mai departe introducând și partea de schimb în potențialul de folding în aproximația knock-on și neglijează efectele de recul care sunt importante în cazul unui nucleu sor așa cum este clusterul  $\alpha$ . Deasemenea localizarea se face prin metoda Perey-Saxon în ordinul 0.

Prin urmare ne-am propus în această fază a proiectului să dezvoltăm o schemă de calcul care să înlăture o parte din dificultățile ale potențialului  $\alpha$ -nucleu. Arătăm în cele ce urmează cum se poate obține nucleul integral corespunzător, apoi localiza în funcție de energia în centrul de masă și în final rezolva ecuația Schrödinger care descrie reacția nucleară.

## II. APROXIMAȚIA LOCALĂ A NUCLEULUI NELOCAL IN INTERACȚIA $\alpha$ -NUCLEU

Metoda integralei de dublă convoluție (DFM-double folding model) oferă un mijloc practic pentru construirea de potențiale de model optic. În această abordare interacția efectivă nucleon-nucleon (NN) în mediu barionic este supusă unei integrări de convoluție dublă cu densitatea proiectilului și respectiv densitatea țintei. În general interacția efectivă conține un număr foarte mare de termeni de schimb pentru cazul ionilor grei. Termenul de *knock-on* corespunde situației în care doi nucleoni  $i$  și  $j$  interacționează și în același timp sunt schimbați. Acest termen poate fi inclus în modelul integralei de folding luând elemente de matrice ale operatorului

$$\hat{v}_{ij} \longrightarrow \hat{v}'_{ij} = v_{ij}(\hat{1} - \hat{P}_{ij}) \quad (1)$$

unde operatorul  $\hat{P}_{ij}$  schimbă toate coordonatele (spațial ( $r$ ), spin ( $\sigma$ ) și izospin  $\tau$ ) ale particulei  $i$  cu cele ale particulei  $j$ .

În lucrări publicate în cadrul prezentului proiect am efectuat o evaluare a componentei de schimb de o singură ciocnire (knock-on) folosind aproximații de materie nucleară în acord cu dezvoltarea matricii densitate (DME-density matrix expansion) [5]. În cadrul acestei metode matricea densitate  $\rho(R, s)$  se exprimă ca o dezvoltare în produse de densitate  $\rho(r)$  și derivatele ei, și respectiv funcții Bessel. Elementul de matrice a operatorului de schimb se poate pune sub formă

$$\hat{U}_{\text{EX}\chi} = \int U_{ex}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \chi(\mathbf{R}') d\mathbf{R}' \quad (2)$$

unde nucleul nelocal  $U_{ex}(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$  este dat de,

$$U_{\text{EX}}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = U_{\text{EX}}(\mathbf{R}^+, \mathbf{R}^-) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &= \mu^3 v_{ex}(\mu R^-) \int \rho_1(\mathbf{X} + (1 - \frac{1}{A_1})\mu\mathbf{R}^-, \mathbf{X} - (1 - \frac{1}{A_1})\mu\mathbf{R}^-) \\ &\cdot \rho_2(\mathbf{X} - \mathbf{R}^+ - (1 - \frac{1}{A_2})\mu\mathbf{R}^-, \mathbf{X} - \mathbf{R}^+ + (1 - \frac{1}{A_2})\mu\mathbf{R}^-) d\mathbf{X} \end{aligned} \quad (4)$$

unde  $\mathbf{R}^+ = (\mathbf{R} + \mathbf{R}')/2$ ,  $\mathbf{R}^- = \mathbf{R} - \mathbf{R}'$  și

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{\alpha < F} \phi_\alpha^*(\mathbf{r}') \phi_\alpha(\mathbf{r}) \quad (5)$$

Pentru stări de model în pături sferic, densitățile mixte nelocale sunt calculate din funcțiile de undă uniparticulă,

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{nlj} (2l+1) \mathcal{R}_{nlj}(r) \mathcal{R}_{nlj}(r') P_l\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{rr'}\right) \quad (6)$$

Ecuția (3) arata că domeniul de nelocalitate  $\mathbf{R}^-$  este  $\sim \mu^{-1}$ . Pentru sisteme simple, ca de exemplu  $\alpha - \alpha$ , nucleul de schimb a fost obținut în [6, 7]. În acest caz particular matricea densitate poate fi construită cu ajutorul funcțiilor de undă de oscilator armonic

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{4}{\pi^{3/2} b^3} e^{-(r_+^2 + \frac{1}{4}r_-^2)/b^2} \quad (7)$$

unde  $\mathbf{r}_+ = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$ ,  $\mathbf{r}_- = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . Densitatea uniparticulă clusterului  $\alpha$  este atunci dat de partea diagonală matricei densitate, i.e.

$$\rho_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{4}{\pi^{3/2} b^3} e^{-r^2/b^2} \quad (8)$$

unde  $b$ , parametrul de oscilator este legat de raza patratică medie a particulei  $\alpha$ ,  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{1.5}b$ . In the cazul interacțiilor Gogny, nucleul nelocal (3) se poate rescrie în forma Frahn-Lemmer form, unde variabilele  $\mathbf{R}$  and  $\mathbf{R}'$  sunt separate,

$$U_{\text{EX}}(\mathbf{R}^+, \mathbf{R}^-) = -4 \left(\frac{2}{\pi b^2}\right)^{3/2} \sum_i (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) e^{\frac{1}{2} \left(\frac{8}{\mu_i^2} + \frac{9}{b^2}\right) \mathbf{R}^-} e^{\frac{1}{2b^2} \mathbf{R}^+} \quad (9)$$

Pentru nuclee mai grele, cu ajutorul eq.(6) se poate arăta că matricea densitate se poate exprima ca o sumă de termeni unde variabilele  $\mathbf{R}$  și  $\mathbf{R}'$  se pot separa și prin urmare miezul local se poate rescrie ca suma de termeni factorizați în stilul Frahn-Lemmer. Pentru a obține o aproximație locală se introduce transformata Fourier a nucleului nelocal în raport cu  $\mathbf{R}^-$

$$V_{\text{EX}}(R^+, k^2) = \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}^-} U_{\text{EX}}(\mathbf{R}^+, \mathbf{R}^-) \quad (10)$$

Apoi  $V_{\text{EX}}(R^+, k^2)$  se dezvoltă în serie în jurul lui  $k^2 = q^2$ , unde  $q^2$  se consideră a fi un parametru de optimizare care asigură convergența dezvoltării

$$V_{\text{EX}}(R^+, k^2) = V_{\text{EX}}(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\mathbf{R}^-, k^2) = V_{\text{EX}}(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\mathbf{R}^-, q^2) + (k^2 - q^2) \frac{\partial V_{\text{EX}}(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\mathbf{R}^-, q^2)}{\partial q^2} + \dots \quad (11)$$

În aproximația de ordinul zero, se ia impulsul WKB

$$q^2(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2}(E - V_D(r) - V_{EX}(r)) \quad (12)$$

În cazul particular al interacției  $\alpha - \alpha$  potențialul de schimb se scrie în cazul Gogny astfel

$$V_{EX}(r) = -32 \sum_{i=1}^2 (W_i + 2B_i - 2H_i - 4M_i) \left(\frac{\beta_i}{b}\right)^3 e^{-\frac{1}{2b^2} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\beta_i}{b}\right)^2\right] r^2} e^{\pm \frac{1}{2} |q|^2 \beta_i^2} \\ \times \begin{cases} \exp -\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_i}{b}\right)^2 |q|r & \text{for } q^2 < 0 \\ \cos \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_i}{b}\right)^2 |q|r\right] & \text{for } q^2 \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

unde

$$\frac{1}{\beta_i^2} = \frac{8}{\mu_i^2} + \frac{9 + \frac{1}{4}}{b^2} \quad (14)$$

Mai am făcut discriminarea între ramura sub-barierică ( $K^2 < 0$ ) și cea supra-barierică ( $K^2 > 0$ ).

Ecuția nelocală Schrödinger care descrie reacția nucleară

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu} \Delta \chi(\mathbf{R}) + V_D(R) \chi(\mathbf{R}) + \int d\mathbf{R}' U_{EX}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \chi(\mathbf{R}') = E \chi(\mathbf{R}) \quad (15)$$

se va rescrie atunci sub forma

$$\left[ \frac{-\hbar^2}{2\mu} \Delta + V_D(R) + V_{EX}(R, q^2) \right] \chi(\mathbf{R}) = E \chi(\mathbf{R}) \quad (16)$$

Pentru calculul potențialului de schimb am dezvoltat codul numeric în limbaj FORTRAN intitulat **finalfa** care efectuează dubla convoluție a densității particulei alfa cu nucleul țintă și cu interacția efectivă  $NN$  care poate fi de tip Michigan-3-Yukawa (M3Y) în șapte parametrizări independente de densitate și două dependente de densitate (P1 și P2), de tip Gogny (dependentă de densitate) în trei parametrizări (D1, D1S, D1N), de tip Brink-Boeker în două parametrizări, Soper, Serber precum și forță modernă Argonne în șapte parametrizări (AV1,2,4,6,8,X,18). Pentru ilustrare folosim în acest raport forța AV18 care așa cum am arătat în raportul anual precedent [4] dă estimările de înălțime și poziție a barierei cele mai apropiate de potențialul de fit global. Mai mult acest potențial are caracteristica de a fi repulsiv la distanțe mici, în acord cu ipoteza de incompresibilitate a materiei nucleare care a condus la explicarea funcțiilor de excitație în fuziunea extrem sub-barierică.

În Fig.1 și Fig.2 am ilustrat dependența de energie a potențialului de schimb a sistemului  $\alpha + {}^{40}\text{Ca}$  pentru o selecție de 5 energii în sistemul centrului de mase diferite, primele două

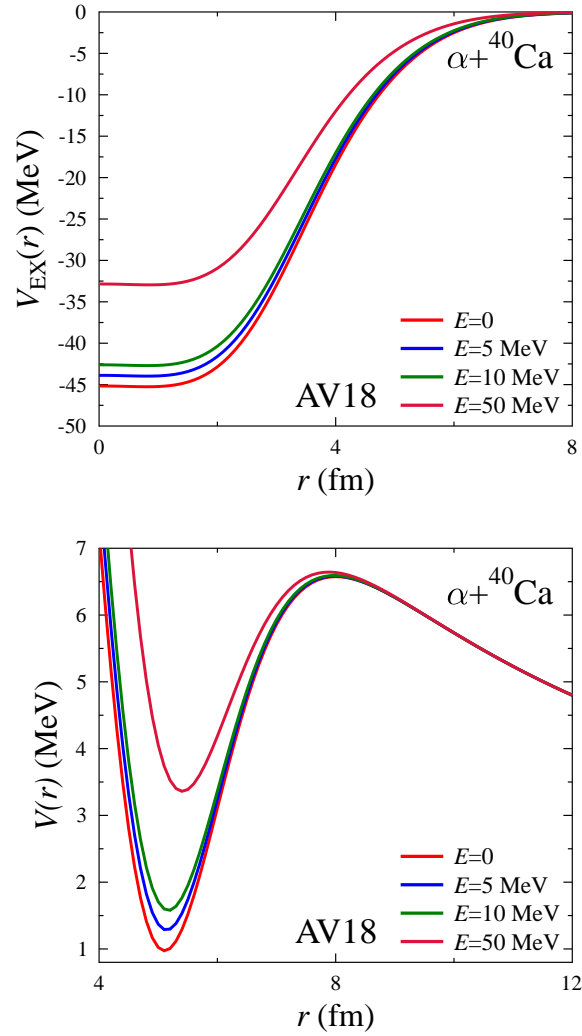


Figura 1: Potențialul nuclear de schimb (figura de sus) și potențialul total (figura de jos) pentru sistemul  $\alpha+^{40}\text{Ca}$  calculat cu forța AV18 pentru o selecție de 5 energii diferite.

( $E=0, 5 \text{ MeV}$ ) sub bariera Coulomb. Se observa că înălțimea barierei variaza ușor cu energia de bombardament în timp ce partea centrală atractivă a potențialului de schimb AV18 este mai puternic afectată: la energii mai înalte potențialul de schimb devine mai puțin atractiv. În cazul interacției Gogny D1N, deși variația potențialului este mai puțin importantă decât în cazul AV18, nu numai zona centrală, dar și restul regiunii interioare a potențialului este în egală măsură afectată de potențial.

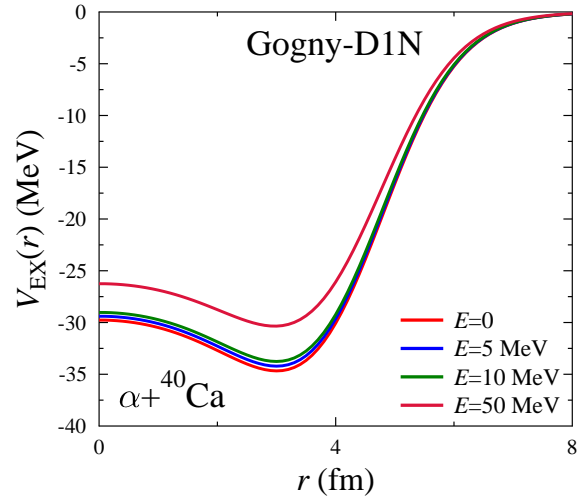


Figura 2: Potențialul nuclear de schimb pentru același sistem ca în Fig. 1 calculat cu forța D1N pentru o selecție de 5 energii diferite.

### III. LUCRĂRI PUBLICATE DE MEMBRII ECHIPEI (1 DECEMBRIE 2012 - 31 NOIEMBRIE 2013)

Finanțarea CNCSIS a prezentului proiect a fost menționată în următoarele lucrări științifice de către diversii membri ai echipei de cercetare din cadrul acestui proiect:

1. Ș. Mișicu and W. Greiner, *New Investigations on fragment rotational states population in spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$* , invited talk at "5th International Conference on "Fission and properties of neutron-rich nuclei" (ICFN5), November 4 - 10, 2012 at Sundial Beach Resort on Sanibel Island in Florida, United States", eds. J.H. Hamilton and A.V. Ramayya, pp.369-377, World Scientific 2014.
2. Ș. Mișicu, *Population of rotational states in the ground-band of fission fragments*, Rom. J. of Phys. Volume: 58 Issue: 9-10, 1188-1197 (2013).
3. Ș. Mișicu and M. Rizea,  *$\alpha$ -decay in ultra-intense laser fields*, Journal of Physics G 40, 095101 (2013), 15 pagini
4. Ș. Mișicu, *Pathology of heavy ion extreme sub-barrier fusion*, invited talk at the symposium Nuclear Physics: Presence and Future Boppard, 29 May - 05 June, 2013, Springer Verlag, Interdisciplinary Series, 10 pagini, sub tipar.

Au fost trimise spre publicat sau sunt în pregătire, finanțarea CNCSIS a prezentului proiect fiind menționată următoarele lucrări:

1. Ș. Mișicu și M. Rizea, *Speeding of  $\alpha$  Decay in Ultra-Intense Laser Fields*, APS-journal, 6 pages.
2. Ș. Mișicu, *Extreme sub-barrier fusion of heavy-ions*, 50 pages, lucrare de review, în preparation.
3. Ș. Mișicu and W. Greiner, *Baryonic  $\alpha$ -matter in relativistic mean-field theory*, în preparation.
4. Ș. Mișicu and W. Greiner, *Baryonic  $\alpha$  and  $\bar{\alpha}$  in overcritical meson fields*, în preparation.

#### IV. PARTICIPĂRI LA CONFERINȚE INTERNAȚIONALE ȘI STAGII DE LUCRU ÎN STRĂINĂTATE

Cu sprijinul financiar oferit de proiectul pentru care fac raportarea s-au efectuat următoarele deplasări :

##### A. 29 Mai - 5 Mai 2013 : Simpozionul Nuclear Physics : Presence and Future, Boppard, Germania

La invitația Prof.dr.h.c.mult. W. Greiner am prezentat o lecție invitată la acest simpozion organizat de Institutul de Studii Avansate din Frankfurt și Institutul de Cercetării Unificate din Dubna (Fed.Rusa). Am prezentat o lecție de 40 de minute dedicată rezultatelor obținute în ultimii 7 ani cercetărilor pe care le-am condus asupra fuziunii ionilor grei la energii extrem sub barierice și care au beneficiat de sprijinul financiar al programelor CNCSIS în perioada menționată.



**B. 23 Septembrie - 15 Noiembrie 2013 : Programul INT-13-3 : Quantitative Large Amplitude Shape Dynamics: fission and heavy ion fusion, University of Washington**

La invitația prof.G.Bertsch am participat la acest program dedicat problemelor actuale în fisiunea și fuziunea nucleară. La cererea domniei sale am prezentat o lecție asupra rolului jucat de potențialul de ioni grei în explicarea secțiunilor de fuziune la energii sub bariera Coulomb. Am insistat asupra chestiunilor legate de orientarea nucleelor deformate, localizarea părții nelocale a potențialului și a incorporării interacțiunilor moderne nucleon-nucleon.

În timpul desfășurării programului am avut discuții fructuoase cu numeroși specialiști din domeniu, lucru care m-a ajutat în abordarea a două teme de cercetare, unul strâns legat de acest proiect:

1. Aproximarea potențialului nelocal cu o formă nelocală la energii joase.
2. Câmpuri mezonice supercritice în nuclee (colaborare cu Prof.P.G. Reinhardt).

**C. Stagiul de lucru la Institutul de Studii Avansate Frankfurt**

La invitația personală a Prof.dr.h.c.mult. W. Greiner efectuez un stagiul în perioada 5 Iunie - 1 Septembrie 2013, pentru a colabora în domeniul producerii de antinuclee în sisteme nucleare aflate în condiții extreme de densitate și temperatură. La sfârșitul acestui stagiul, rezultatele au fost sistematizate în două lucrări care urmează să fie trimise la publicat în reviste de prestigiu în domeniul fizicii nucleare.

**Bibliografie**

- 
- [1] K. Ikeda et al., *Microscopic Methods for the Interactions between Complex Nuclei*, Progr.Theoret.Phys.Supp. **62** (1977).

- [2] M. Avrigeanu, A. C. Obreja, F. L. Roman, V. Avrigeanu si W. von Ortzen, At.Data and Nucl.Data Tables **95**, 501 (2009).
- [3] P. Demetriou, C. Grama and S. Goriely, Nucl. Phys. **A707**, 253 (2002).
- [4] Ș. Mișicu, Raport de fază 2012 *Heavy ion optical potentials from fundamental interactions* la proiectul *Potentiale optice de ioni grei pentru nuclee exotice în reacții nucleare de interes astrofizic*.
- [5] Ș. Mișicu and F. Carstoiu, Phys. Rev. C **84**, 051601(R) (2011).
- [6] F. Carstoiu and Ș. Mișicu, AIP Conf. Proc. **304**, 144 (2010).
- [7] F. Carstoiu, Ș. Mișicu, M. Rizea and M. Lassaut, Int.J.Mod.Phys.E **20**, 885 (2011).