

**PROJECT TITLE : HEAVY ION OPTICAL POTENTIALS
FOR EXOTIC NUCLEI IN ASTROPHYSICAL NUCLEAR
REACTIONS (TITLUL PROIECTULUI : POTENȚIALE
OPTICE DE IONI GREI PENTRU NUCLEE EXOTICE IN
REAȚII NUCLEARE DE INTERES ASTROFIZIC)**

ȘERBAN MIȘICU

*National Institute for Nuclear Physics-HH,
Bucharest-Magurele, P.O.Box MG6, Romania*

**E-mail:misicu@theor1.theory.nipne.ro*

[http://theor1.theory.nipne.ro/ misicu/](http://theor1.theory.nipne.ro/misicu/)

OBIECTIVELE ETAPEI :

1. EMISIA DE CLUSTERI DE ANTIMATERIE ÎN CAMPURI CRITICE, PARTEA I : FORMALISM RELATIVIST DE CÎMP MEDIU PENTRU SISTEME DE NUCLEE α

1. CLUSTERS OF ANTIMATTER IN CRITICAL FIELDS

PART I : RELATIVISTIC MEAN-FIELD FORMALISM FOR SYSTEMS OF α NUCLEI

2. FUNDAMENTELE MECANICII RAȚIONALE A MATERIEI NUCLEARE:

ELABORAREA FUNCȚIONALEI DENSITATE DE ENERGIE ELASTICA PENTRU MEDII NUCLEARE MIXTE.

2. FOUNDATIONS OF RATIONAL CONTINUUM MECHANICS OF NUCLEAR MATTER : ELABORATING THE ELASTIC ENERGY DENSITY FUNCTIONAL FOR NUCLEAR MIXTURES.

I. MODEL DE CÎMP MEDIU REALTIVIST PENTRU PARTICULE α

Existența sistemelor nucleare formate din clusteri α reprezintă o provocare continuă atât pentru teoreticieni cât și pentru experimențiști. Pentru nuclee ușoare clusterizarea α este excelent ilustrată prin starea Hoyle 0_2^+ în ^{12}C la energia de 7.65 MeV. Într-un formalism ne-relativist metodele microscopice aplicate materiei nucleare infinite reci formată exclusiv din particule α nu reușesc să prezică saturarea (minimum în ecuația de stare) decât la densități foarte mari comparat cu densitatea de saturare a materiei nucleare ordinare formate din protoni și neutroni [1]. Pe de altă parte o fracțiune semnificativă a materiei aflate în expansiune în ciocniri nucleare relativiste este reprezentată de particulele α . Apariția condensării Bose-Einstein într-un sistem relativist de particule identice de spin 0 este strâns legată de aceste chestiuni dar și de problema producției de perechi bozon-antibozon la temperaturi înalte și densități arbitrare.

În acest raport extindem Modelul Relativist de Câmp Mediu (Relativistic Mean-Field Model-RMF) pentru materie nuclear standard , astfel încît pe lîngă barioni de tip Fermi (protoni și neutroni relativişti), câmpuri mezonice scalare și vectoriale, includem și un câmp complex scalar Bose cu auto-interacții care descrie particulele α .

Barionii fermionici sunt descriși de câmpurile Dirac $\psi_{n,p}$, câmpurile mezonice de σ (scalar) și ω (vectorial) iar câmpul complex scalar de spin 0 prin ϕ_α . Particula α , la fel ca și protonii și neutronii, este tratată ca fiind punctuală. Deasemenea se presupune că energia de legătură a particulei α nu este modificată datorită influenței densității și temperaturii mediului înconjurător. Prin umare prezentul model nu permite dizolvarea clusterilor α în materia nucleară. Densitatea de Lagrangean în unități $\hbar = c = 1$ se scrie

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\alpha + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_{\text{coupl}}, \quad (1)$$

unde

$$\mathcal{L}_N = \sum_{j=N,\bar{N}} \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu - m_j) \psi_j, \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_\alpha = \sum_{\kappa=\alpha,\bar{\alpha}} \left[(\partial^\mu \phi_\kappa + i g_{\omega\kappa} \omega^\mu \phi_\kappa)^* (\partial_\mu \phi_\kappa + i g_{\omega\kappa} \omega_\mu \phi_\kappa) - \phi_\kappa^* M_\kappa^{*2} \phi_\kappa \right], \quad (3)$$

și

$$M_\alpha^* = M_\alpha - g_{\sigma\alpha} \sigma - B_\alpha^0, \quad (4)$$

este masa efectivă a particulei α cu masa de repaos in vid $M_\alpha = 4m_N$. Energia de legătură a α -ei este $B_\alpha^0 = 28.296$ MeV, iar $m_N = \frac{1}{2}(m_p + m_n) = 938.2$ MeV este masa mediată a nucleonului. Lagrangeenii liberi mezonici $\mathcal{L}_{\sigma,\omega,\rho}$ sunt aleși în forma standard [2]

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2, \quad \mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4} \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu. \quad (5)$$

Cuplajul între câmpurile mezonice și campul Dirac este descris de Lagrangeanul

$$\mathcal{L}_{\text{coupl}} = - \sum_{j=N,\bar{N}} \bar{\psi}_j (g_{\sigma j} \sigma + g_{\omega j} \omega^\mu \gamma_\mu) \psi_j \quad (6)$$

În parametrizările nelineare ale RMF (NLZ,NLSH,NL3,etc.), Lagrangeanul de cuplaj $\mathcal{L}_{\text{coupl}}$ este suplimentat de auto-cuplaje cubice și quartice ale câmpului mezonice scalar σ

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} b_3 \sigma^4 \quad (7)$$

și respectiv cuartice ale câmpului mezonic vectorial ω (parametrizările TM1, TM2 și SCL)

$$\mathcal{U}(\omega) = \frac{1}{4}c_3(\omega^0\omega_0)^2 \quad (8)$$

Constantele de cuplaj ale bozonilor scalari α cu câmpurile mezonice pot fi fixate presupunând că intensitatea cuplajului câmpului bozonic scalar la câmpurile mezonice diferă de intensitatea cuplajului câmpului nucleonic la câmpurile mezonice în aceeași proporție cu care masa particulei α diferă de masa nucleonului în vid, adică,

$$\frac{g_{\sigma\alpha}}{g_{\sigma N}} = \frac{g_{\omega\alpha}}{g_{\omega N}} = \frac{M_\alpha}{m_N} \quad (9)$$

Ecuțiile pentru spinorii Dirac (ψ_N), mezonii scalari (σ), mezonii vectoriali (ω_0) și câmpul complex scalar (ϕ_α) se obțin din ecuațiile Euler-Lagrange (E-L)

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial\varphi_i/\partial x^\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\varphi_i} = 0, \quad (\varphi = \psi_N, \phi_\alpha, \sigma, \omega) \quad (10)$$

În cele ce urmează densitatea de barioni, $\rho_V = \sum_N \bar{\psi}_j \gamma_0 \psi_j$, și densitatea condensatului bozonic de nuclee α , $\rho_\alpha = 2(M_\alpha + S_\alpha)|\phi_\alpha|^2$ sunt presupuse ca fiind date. Definim potențialele scalar, $S_\alpha = g_{\sigma\alpha}\sigma$, și vector, $V_\alpha = g_{\omega\alpha}\omega_0$, care sunt generate de câmpurile mezonice. În cazul câmpurilor mezonice independente de timp și spațial omogene, ecuațiile E-L pentru potențialele S_α și V_α pot fi rescrise sub forma :

$$m_\omega^2 V_\alpha + \frac{c_3}{g_{\omega\alpha}^2} V_\alpha^3 = g_{\omega\alpha}(g_{\omega N}\rho_V + g_{\omega\alpha}\rho_\alpha) \quad (11)$$

$$m_\sigma^2 S_\alpha + \frac{b_2}{g_{\sigma\alpha}} S_\alpha^2 + \frac{b_3}{g_{\sigma\alpha}^2} S_\alpha^3 = -g_{\sigma\alpha}(g_{\sigma N}\rho_S + g_{\sigma\alpha}\rho_\alpha) \quad (12)$$

unde densitatea scalară de materie nucleară (infinită) este

$$\rho_S = \sum_{N, \bar{N}} \bar{\psi}_j \psi_j = \frac{1}{\pi^2} m_N^* \left[k_F (k_F^2 + m_N^{*2})^{1/2} - m_N^{*2} \log \left(\frac{k_F + (k_F^2 + m_N^{*2})^{1/2}}{m_N^*} \right) \right] \quad (13)$$

iar momentul Fermi momentum k_F se exprimă prin densitatea barionică vectorială

$$k_F^3 = \frac{3\pi^2}{2} \rho_V \quad (14)$$

Ca o prima aplicație considerăm un sistem barionic nemărginit în care o fracție mică de particule α este prezentă în materia nucleara Dirac a.î. $\rho_\alpha \ll \rho_V$. În consecința neglijăm ρ_α în ecuațiile (11-13). Pentru a obține spectrul energetic corespunzător α -nucleelor scriem ecuația E-L pentru câmpul ϕ așa cum rezultă din ec.(10) în formă ne-covariantă

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2i g_{\omega\alpha} \omega_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = \Delta \phi + [(g_{\omega\alpha} \omega_0)^2 - (M_\alpha + g_{\sigma\alpha} \sigma)^2] \phi \quad (15)$$

Folosind ipoteza de omogenitate pentru câmpurile mezonice, și dezvoltând ϕ serie Fourier ($\phi = \sum_n a_n \varphi_n e^{-i\Omega_n t}$), serie pe care o substituim în (15), ecuația Klein-Gordon (15) se reduce la ecuația Helmholtz

$$\left\{ \Delta + (\Omega_n - V_\alpha)^2 - (M_\alpha + S_\alpha)^2 \right\} \varphi_n(\mathbf{r}) = 0 \quad (16)$$

De notat că potențialele S_α și V_α se obțin self-consistent din ecuațiile E-L : pentru un mediu translațional-invariant ($\phi \sim e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$) ecuațiile de mai furnizează spectrul energetic al bozonilor

$$\Omega(k) = V_\alpha + \sqrt{k^2 + (M_\alpha + S_\alpha)^2} \quad (17)$$

Dacă câmpurile mezonice sunt anulate energia Ω coincide cu energia particulei libere. Particulele α se acumulează pe starea de moment zero ($k = 0$) și energie

$$\varepsilon_\alpha = V_\alpha + M_\alpha + S_\alpha \quad (18)$$

formînd astfel condensatul Bose-Einstein (BEC).

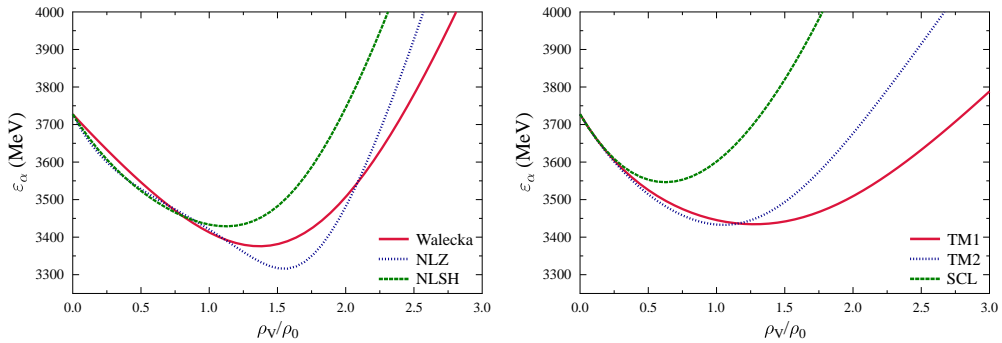


Figura 1: Nivelele de energie cu $\mathbf{k} = 0$ ca funcție de ρ_V pentru materia nucleara standart (n, p) în cazul parametrizărilor liniare în câmpul ω (stînga) și în cazul parametrizărilor cu $\mathcal{U}(\omega) \neq 0$ (dreapta).

Comportarea nivelului $1s$, $\mathbf{k} = 0$ este prezentată în Fig.1 pentru parametrizările Walecka, NLZ și NLSH (panelul din stînga) și respectiv TM1, TM2 and SCL (panelul din dreapta). Se observă ca interacțiile din primul set prezic cea mai adîncă energie de legatură la densități de suprasaturare ale materiei nucleare standart, în timp ce al doilea set prezice o deplasare a energiei de legatură către densități de saturare sau chiar mai mici. Adîncimea nefizică de $\sim 200-400$ MeV este o consecință a absenței auto-interacțiilor repulsive ale câmpului ϕ .

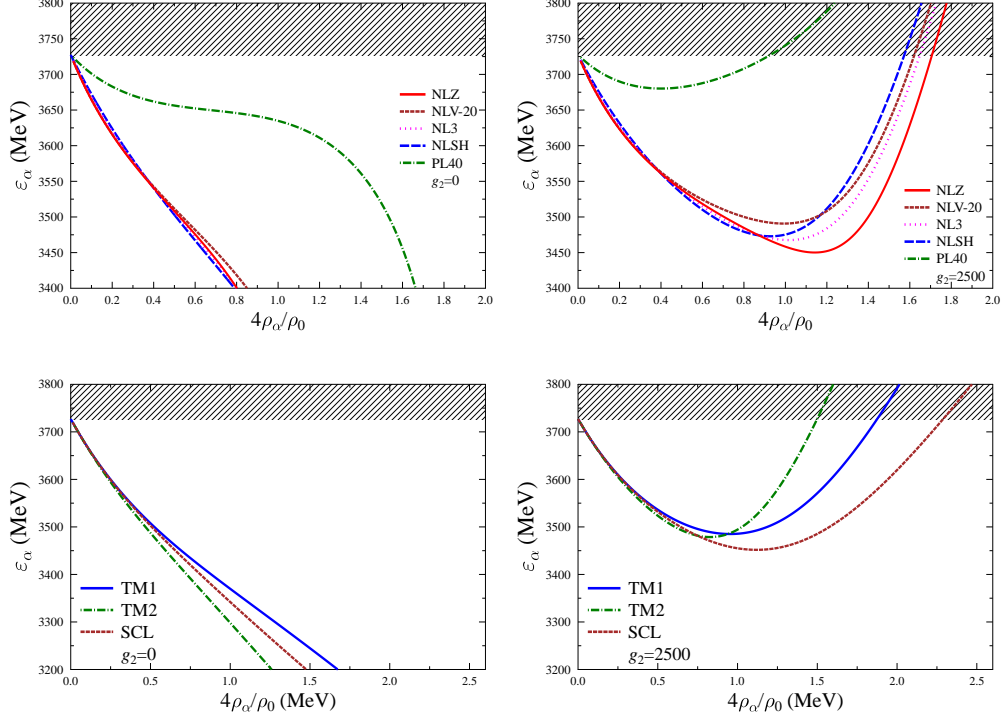


Figura 2: Energia stării $1s$, $\mathbf{k} = 0$ ca funcție de densitatea materiei α raportată la densitatea materiei nucleare standart la saturație, calculată fără (stga) și cu termen de auto-interacție repulsiv de intensitate $g_2 = 2500$ (dreapta). Se folosesc parametrizări linear (sus) și respectiv nelinare (jos) în ω .

În strînsă analogie cu cîmpul mezonnic scalar introducem în Lagrangeanul asociat cîmpului complex scalar ϕ o auto-interacție cuartică de intensitate g_2 , adica

$$\mathcal{L}_\alpha \rightarrow \mathcal{L}_\alpha - g_2 |\phi|^4 \quad (19)$$

Ecuția de mișcare a cîmpului ϕ with se va scrie în formă covariantă după cum urmează:

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + 2iV_\alpha \partial_0 \phi + [(M_\alpha + S_\alpha)^2 - V_\alpha^2 + g_2 |\phi|^2] \phi = 0 \quad (20)$$

Pentru sisteme infinite ecuațiile E-L pentru cîmpurile ϕ , ϕ^* , S_α , V_α conduc la un set de patru ecuații algebrice neliniare cuplate

$$\rho_\alpha = 2(\Omega - V)|\phi|^2 \quad (21)$$

$$(\Omega - V_\alpha)^3 - M_\alpha^{*2}(\Omega - V_\alpha) - g_2 \rho_\alpha = 0 \quad (22)$$

$$m_\omega^2 V_\alpha + \frac{c_3}{g_{\omega\alpha}^2} V_\alpha^3 = g_{\omega\alpha}^2 \rho_\alpha \quad (23)$$

$$m_\sigma^2 S_\alpha + \frac{b_2}{g_{\sigma\alpha}} S_\alpha^2 + \frac{b_3}{g_{\sigma\alpha}^2} S_\alpha^3 = -2g_{\sigma\alpha}^2 M_\alpha^* |\phi|^2 \quad (24)$$

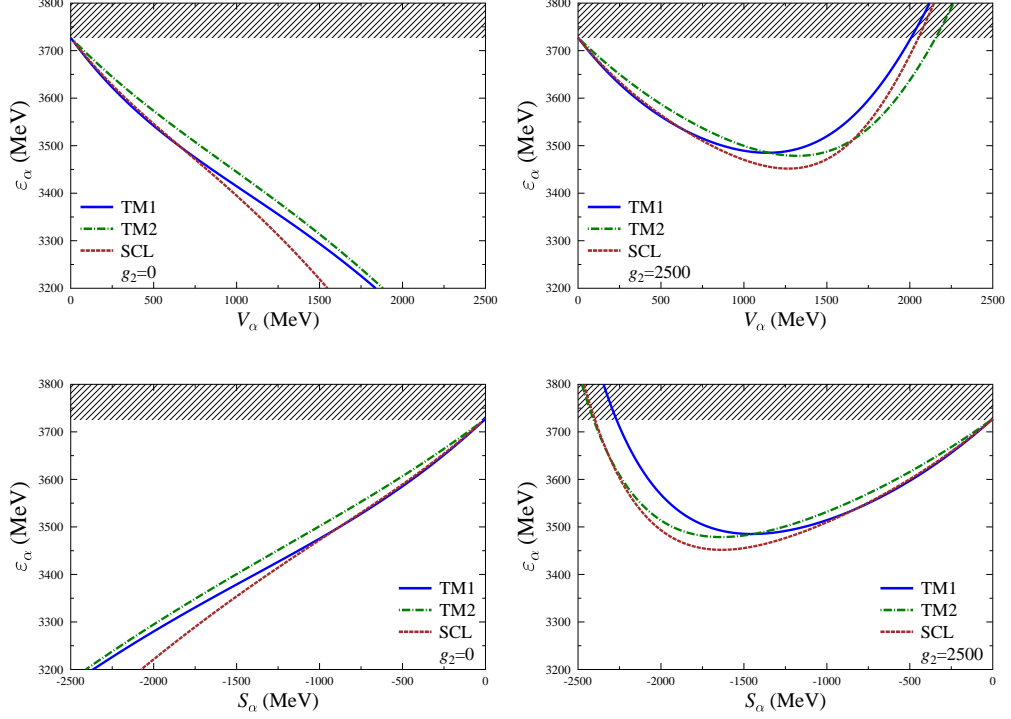


Figura 3: Energia stării $1s$, $\mathbf{k} = 0$ ca funcție de potențialele vector V_α (sus) și scalar S_α (jos) cu $g_2=0$ (stînga) și fără termen de auto-interacție ($g_2=2500$) (dreapta).

În Fig.2 am reprezentat prima stare din spectru ca funcție de ρ_α pentru parametrizări lineare și nelineare în ω . În lipsa auto-interacției ($g_2 = 0$) BEC devine supralegat o dată cu creșterea densității. Dacă se adaugă în Lagrangean o auto-interacție cuartică repulsivă ($g_2 > 0$), nivelul va urca în continuumul superior pentru densități de supra-saturare. Am reprezentat în Figs.3 aceiași mărimi, de data aceasta ca funcție de V_α și S_α pentru parametrizările nelineare (TM1, TM2, SCL). Este notabil că în această reprezentare nivelele sunt grupate destul de compact în comparație cu reprezentarea în funcție de densitate. Cu alte cuvinte, punctul de saturare și incompresibilitatea BEC sunt aproximativ invariante în raport cu tipul parametrizării RMF dacă energia este reprezentată în funcție de potențialele scalar și vectorial de câmp mediu.

II. FUNCȚIONALĂ DENSITĂȚII DE ENERGIE ELASTICĂ ÎN MATERIA NUCLEARĂ

Mișcările colective de mare amplitudine în nuclee, așa cum este fisiunea, relevă caracteristici dinamice ale materiei nucleare, similare cu mișcările macroscopice ale picăturii de lichid vâscoase. Această analogie stă la baza modelului hidrodinamic care și-a găsit aplicarea și în cazul excitațiilor colective de energie înaltă induse de către probe electromagnetice sau hadronice, cel mai proeminent caz fiind cel al rezonanțelor gigant. Ulterior Bertsch a arătat că excitațiile colective ale unui lichid Fermi se aseamănă cu vibrațiile elastice ale unei sfere solide [3].

Independent de ce tip de continuum de mediu barionic se consideră, fluid sau elastic, un ingredient esențial în rezolvarea ecuațiilor macroscopice dinamice este reprezentat de ecuația de stare nucleară (EOS). Această relație fundamentală, care în principiu își are originea în natura interacției nucleare, furnizează pentru un proces tranzitoriu, o relație neliniară între presiune (partea diagonală a tensorului tensiunilor) și deviațiile densității de la valoarea de echilibru. În mecanica mediului continuu relația corespunzătoare este în mod tradițional cunoscută sub numele de *lege constitutivă* sau lege de comportare a materialului. Această lege exprimă diversitatea răspunsului corpurilor naturale supuse unor încărcări mecanice sau unor câmpuri electromagnetice. O lege constitutivă impune constrângeri asupra forțelor și/sau mișcărilor punctelor materiale din interiorul acestor corpuri. În cazul *materialelor ideale* această lege constă în relații particulare între tensorul eforturilor (stress, tensiuni) și deformările corpului. Pentru materiale simple în care mișcarea punctelor este specificată de $u(\boldsymbol{\xi}, t) = \mathbf{r}(\boldsymbol{\xi}) - \boldsymbol{\xi}$, atunci, deformarea în punctul \mathbf{r} la momentul t este dată de gradientul de deformare (Abbildungsmatriz) \mathbf{F} care efectuează o transformare a elementului de volum material din configurația de referință ($d\boldsymbol{\xi}$) la configurația actuală ($d\mathbf{x}$)

$$d\mathbf{r} = \mathbf{F}d\boldsymbol{\xi}, \quad F_{ik} = \delta_{ik} + \delta F_{ik} \quad (25)$$

Istoria $\delta\mathbf{F}(\boldsymbol{\xi}, t) = \frac{\partial u_i}{\partial \xi_k}$ sau alternativ tensorul cinematic Green linearizat

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} (\mathbf{I} + \delta\mathbf{F}^T) (\mathbf{I} + \delta\mathbf{F}) - \frac{1}{2} \mathbf{I} \approx \frac{1}{2} (\delta\mathbf{F} + \delta\mathbf{F}^T)$$

furnizează o primă aproximație a deformării în jurul lui $\boldsymbol{\xi}$. În forma sa linearizată, tensorul

Green tensor nu este altceva decît tensorul deformărilor (strain) tradițional.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \xi_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \xi_i} \right) \quad (26)$$

Considerînd elementul de volum în sistemul de referință $dV = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$, și aplicînd deformarea afină

$$\mathbf{r}(\boldsymbol{\xi}, t) = \boldsymbol{\xi} + \mathbf{u} \quad (27)$$

acesta se transformă în sistemul actual în

$$dv = J d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (28)$$

unde $J = \det(\partial x_i / \partial \psi_k) = \det \hat{F}$ este Jacobianul deformării, și se exprimă în funcție de tensorul \hat{F} .

Introducînd invariantii elastici, exprimați în termeni de tensorul linearizat Green $\hat{\varepsilon}$

$$I_1 = \varepsilon_{ii}, \quad I_2 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk}, \quad I_3 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{kl} \quad (29)$$

pătratul Jacobianului poate fi exprimat astfel

$$J^2 = 1 + 2I_1 + 2(I_1^2 - I_2) - 4I_1 I_2 + \frac{4}{3} I_1^3 + \frac{8}{3} I_3 \quad (30)$$

Dezvoltînd în serie Taylor

$$J^{-1} = 1 - I_1 + \frac{1}{2} I_1^2 + I_2 - I_1 I_2 - \frac{1}{6} I_1^3 - \frac{4}{3} I_3 \quad (31)$$

Spre deosebire de Bertsch care a propus un "Ansatz" pentru funcția de unda $\psi(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{u}) = \psi(\boldsymbol{\xi}) / \sqrt{1 - \nabla \cdot \mathbf{u}}$ [3], în cele ce urmează urmărim ipoteza de bază a mecanicii mediului continuu pentru un corp omogen în starea de referință (inițială, stare fundamentală) și evaluăm modificarea volumului (a densității) în starea actuală (deformată) datorită cîmpului de deplasări elastice \mathbf{u} . Prima constrîngere pe care o impunem privește conservarea numărului de particule

$$A = \int \rho(\boldsymbol{\xi}) dV = \int \rho_q(\mathbf{r}) dv \quad (32)$$

În consecință

$$\int \rho(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} = \int \rho(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{u}) J d\boldsymbol{\xi} \quad (33)$$

iar relația dintre densitatea de nucleoni în starea deformată și cea din starea inițială devine

$$\rho(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{u}) = J^{-1} \rho(\boldsymbol{\xi}) \quad (34)$$

În termeni de invarianți elastici

$$\rho(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{u}) = (1 - I_1 + \frac{1}{2}I_1^2 + I_2 - I_1I_2 - \frac{1}{6}I_1^3 - \frac{4}{3}I_3)\rho(\boldsymbol{\xi}) \quad (35)$$

A doua constrângere pe care o impunem privește invarianța energiei totale în urma deformării

$$E = \int \mathcal{E}[\rho(\mathbf{r})]d\mathbf{r} = \int \mathcal{E}[J^{-1}\rho(\boldsymbol{\xi})]Jd\boldsymbol{\xi} \quad (36)$$

Deci,

$$\mathcal{E}[\rho(\mathbf{r})] = J\mathcal{E}[J^{-1}\rho(\boldsymbol{\xi})] \quad (37)$$

În limbajul chimiei, fizicii atomice sau nucleare, energia este o funcțională a densității locale. Presupunînd că acest corp este izolat termic astfel încît nici un fel de schimb de energie cu exteriorul nu are loc, atunci transformarea indusă de câmpul de deplasări \mathbf{u} este pur adiabatică. În consecință densitatea de energie elastică internă \mathcal{E} (reamintim că nu se disipă căldură) poate fi dezvoltată în puteri ale deformării ε_{ij}

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots = \mathcal{E}_0 + a_{ij}\varepsilon_{ij} + b_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl} + \dots \quad (38)$$

Termenii liniari în deformare \mathcal{E}_1 sunt nenuli dacă în starea inițială corpul este supus unei deformări permanente. Această situație are loc dacă în cazul materiei nucleare sistemul este în afara punctului de saturare ρ_{sat} . În termeni de invarianți elastici densitatea de energie se scrie [4]

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 - p_0I_1 + \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 + AI_1I_2 + BI_1^3 + CI_3 + \dots \quad (39)$$

Termenul care multiplică I_1 a fost deja menționat și corespunde unei tensiuni inițiale (presiune hidrostatică). Mai sus, λ și μ sunt coeficienții Lamé. În cazul materiei nucleare asimetrică avem de a face cu o mixtura cu două componente, adică o specie de protoni și una de neutroni. În consecință atunci cînd suntem interesați de modurile elastice în acest tip de continuu, considerăm separat câmpurile de deplasare izoscalară și izovectoare. Câmpul izoscalar produce o deplasare în fața a speciei protonice în raport cu cea neutronică

$$\rho_{n,p}(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{u}) = (1 - I_1 + I_2 + \frac{1}{2}I_1^2)\rho_{n,p}(\boldsymbol{\xi}) \quad (40)$$

în timp ce câmpul izovector produce o deplasare în anti-fază a speciei protonice în raport cu cea neutronică, adică

$$\rho_{n,p}(\boldsymbol{\xi} \pm \mathbf{u}) = (1 \mp I_1 + I_2 + \frac{1}{2}I_1^2)\rho_{n,p}(\boldsymbol{\xi}) \quad (41)$$

Cele de mai sus ne îndreptăţesc sa scriem că legea constitutivă pentru un material simplu presupune o formă concisă de genul

$$\mathbf{T} = \mathcal{F}(\mathbf{F}) \quad (42)$$

unde funcţionala \mathcal{F} este răspunsul relativ al configuraţiei deformate a corpului. Pentru materiale elastice simple izotrope tensorul tensiunii este legat de tensorul deformării \mathbf{G}

$$\mathbf{T} = \varphi_0 \mathbf{I} + \varphi_1 \mathbf{G} \quad (43)$$

Dacă între \mathbf{T} şi \mathbf{u} există o relaţie linear omogenă (linearizare fizică), atunci φ_0 şi φ_1 sunt legate de constantele Lamé :

$$\varphi_0 = \lambda \text{Tr} \mathbf{G}, \quad \varphi_1 = 2\mu \quad (44)$$

Tensorul tensiunilor poate fi determinat din densitatea de energie via relaţia

$$\mathbb{T}_{ij} = 2 \left[\left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial I_2} \right) F_{ij} - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial I_2} F_{ik} F_{kj} \right] - p_0 \delta_{ij} \quad (45)$$

$$\mathbb{T}_{ij} = 2 [(-p_0 + (\lambda + \mu)I_1) F_{ij} - \mu F_{ik} F_{kj}] - p_0 \delta_{ij} \quad (46)$$

În cazul amestecului de 2 faze se introduc invariantii elastici şi tensiunile pentru fiecare componentă ($q = n, p$):

$$I_{1q} = \varepsilon_{ii}^{(q)}, \quad I_{2q} = \varepsilon_{ij}^{(q)} \varepsilon_{jk}^{(q)} \quad (47)$$

$$\mathbb{T}_{ij}^{(q)} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \varepsilon_{ij}^{(q)}} \quad (48)$$

Astfel densitatea de energie conţine şi un termen de interacţie între cele două specii

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \sum_{q=p,n} \left\{ \alpha_q I_{1q} + \frac{1}{2} \lambda_q I_{1q}^2 + \mu_q I_{2q} \right\} + \lambda_{np} I_{1p} I_{2n} + \dots \quad (49)$$

Conservarea numărului de particule pentru fiecare specie se exprimă astfel

$$Z = \int \rho_p(\boldsymbol{\xi}) dV = \int \rho_p(\mathbf{r}) dv, \quad N = \int \rho_n(\boldsymbol{\xi}) dV = \int \rho_n(\mathbf{r}) dv \quad (50)$$

Ca exemplu considerăm *Gazul Unitar Fermi*. Pentru un sistem nuclear simetric *limita unitară nucleară* corespunde unui sistem $p - n$ care interacţionează prin intermediul unei forţe de scurtă distanţă, astfel înît lungimea de împrăştiere a este mult mai mare decît raza nucleară r_0 [5]. Funcţionala densitate de energie se citeşte

$$\mathcal{E}(\rho) = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left[(3\pi^2)^{2/3} \xi \rho^{5/3} - \frac{\zeta}{a} (3\pi^2)^{1/3} \rho^{4/3} - \frac{5\nu}{3a^2} \rho \right] \quad (51)$$

astfel încît parametrii Lamé se scriu

$$\lambda = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{15} (3\pi^2)^{2/3} \rho_0^{5/3} \left[2\xi - \frac{\zeta}{2a} \frac{1}{(3\pi^2 \rho_0)^{1/3}} \right], \quad \mu = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{5} (3\pi^2)^{2/3} \rho_0^{5/3} \left[2\xi - \frac{\zeta}{a} \frac{1}{(3\pi^2 \rho_0)^{1/3}} \right] \quad (52)$$

Determinarea acestor coeficienți permite calcularea diferitelor proprietăți dinamice ale mediului în cauză.

Bibliografie

-
- [1] F. Carstoiu and Ș. Mișicu, *Saturation and condensate fraction reduction of cold alpha matter*, Phys. Lett. **B682**, 33 (2009).
 - [2] P.-G. Reinhard, *The relativistic mean-field description of nuclei and nuclear dynamics*, Reports on Progress in Physics **52**, 439 (1989).
 - [3] G. F. Bertsch, *Elasticity in the response of nuclei*, Ann. Phys. (N.Y.) **86**, 138 (1974).
 - [4] F. D. Murnaghan, *Finite Deformation of an Elastic Deformation*, John Willey & Sons, Inc., New York 1951, p.36-37,64.
 - [5] A. Bulgac and G. F. Bertsch, *Collective Oscillations of a Trapped Fermi Gas near the Unitary Limit*, Phys. Rev. Lett. **94**, 070401 (2005).

III. LUCRĂRI PUBLICATE DE MEMBRII ECHIPEI (1 DECEMBRIE 2013 - 31 NOIEMBRIE 2014)

Finanțarea CNCSIS a prezentului proiect a fost menționată în următoarele lucrări științifice de către diversii membri ai echipei de cercetare din cadrul acestui proiect:

1. Ș. Mișicu, *Pathology of heavy ion extreme sub-barrier fusion*, invited talk at the symposium Nuclear Physics: Presence and Future Boppard, 29 May - 05 June, 2013, Springer Verlag, Interdisciplinary Series.
2. Ș. Mișicu, *An inquiry on hindrance of heavy-ion sub-barrier fusion.*, Int.J.Mod.Phys. E **23**, No.11, 1450074 (2014)-37 pages.

Au fost trimise spre publicat sau sunt în pregătire, finanțarea CNCSIS a prezentului proiect fiind menționată următoarele lucrări:

1. Ș. Mișicu, I.N.Mishustin and W. Greiner, *Baryonic α -matter in relativistic mean-field theory*, submitted to Phys.Rev.C.
2. Ș. Mișicu and W. Greiner, *Instability of α Boson vacuum in highly compressed baryonic matter.*, submitted to J.Phys.G.

1 Decembrie 2014

Dr.habil. Ș. Mișicu